

Ⅱ—26

最大流速位置を考慮した長方形開水路の抵抗特性

日本大学工学部 長林 久夫, 木村 喜代治

1. はじめに

水路幅水深比 b/h の小さな開水路では自由水面下に最大流速位置が生ずることが知られている。これは水路隅角部の二次流に起因するとされているが、二次流自体が水路規模程度の大規模な構造を有すること、主流流速に比べて2～3パーセントの微弱な流速成分であることなどその構造性については不明な点も多く、最大流速位置との関係についても明確ではない。本研究ではこの最大流速位置低下に着目して、長方形開水路の b/h と境界面粗度を変化させた実験を行い、最大流速発生位置の実験的検討と壁面せん断応力の測定から、長方形開水路の抵抗特性の検討を行った。

2. 壁面せん断力応力と b/h

壁面せん断応力、最大流速測定の水理量を表-1に示す。実験は長さ15mの長方形開水路でcaseAは幅10cm, caseBは幅29.5cmである。水路粗度状態は滑面、底面粗面水路（粒径5mmの鉛球敷き詰め）、側壁粗面水路（相当粗度1mmの粗度付ビニールシート貼り）の3種である。それぞれに勾配を3種、 b/h 比を6種変化させた。 b/h 比の*印はピトー管により全断面の流速測定を行っている。他は水路中央部測線の流速測定から最大流速位置を求めている。また壁面せん断応力は主流流速分布に対数則を適用して求めている。Knight(1985)は全壁面せん断力に対する壁面せん断力の割合を b/h について実験的に検討して長方形開水路の実験式を求め、 b/h が4程度以下になると開水路の底面せん断力が同アスペクト比の長方形管路にくらべて増加することを指摘した。しかし、 b/h が小さい本実験のケースはKnightの管路の分布により接近した傾向を示した。また図-1の壁面せん断応力分布にみるように $b/h=0.5, 1$ の最大流速位置以下の分布にKnight分布の管路のせん断応力分布（水深と水路幅を入れ換えている）の結果をプロットすると両者良く一致することがわかる。これより開水路の最大流速位置下方

表-1 実験条件

	水路粗度	水路幅	水路勾配	b/h 比
Case A	S: 滑面	b=10 cm	1/1200	*0.5, 0.67
	B: 底面粗面		1/600	*1.0, 1.25
	W: 側壁粗面		1/100	*2.0, 3.37
Case B	S: 滑面	b=29.5cm	1/1200	2.5, *4.0
	B: 底面粗面		1/600	5.0, *6.0
	W: 側壁粗面		1/100	7.0, *8.0

表-2 最大流速位置の検討

最大流速の実験式	
$\frac{2\delta}{b} = \text{EXP} \left\{ -\beta \left(\frac{b}{h} \right)^n \right\}$	①
係数は: 滑面水路 $\beta = 0.37, n = 1.5$	
底面粗面水路 $\beta = 0.35, n = 1.9$	
側壁粗面水路 $\beta = 0.45, n = 1.2$	
式①を変形すると式②となる。	
$\frac{\delta}{h} = 0.5 \left(\frac{b}{h} \right) \text{EXP} \left\{ -\beta \left(\frac{b}{h} \right)^n \right\}$	②
ここで、 δ は自由水面から最大流速位置までの距離	

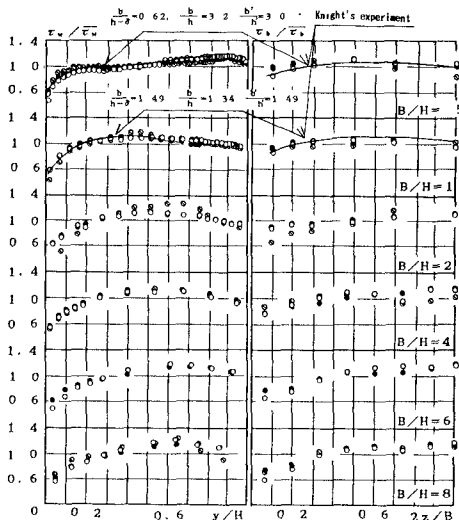


図-1 壁面せん断力分布の検討

表-3 流速計算法

最大流速位置が水面にある場合

$$y' = 0.111 \sqrt{u_{*b}}, z' = 0.111 \sqrt{u_{*w}} \quad (\text{滑面}) \quad (3)$$

$$y' = \kappa_b / 30, z' = \kappa_w / 30 \quad (\text{粗面})$$

$$u_{*b} = K \left\{ \ln \left(\frac{b}{2z'} \right) - 1 \right\} \quad (4)$$

$$u_{*w} = K \left\{ \ln \left(\frac{h}{y'} \right) - 1 \right\}$$

$$u_{*b} = K \ln \left(\frac{z'}{y'} \right) \quad (5)$$

$$u_{*w} = K \ln \left(\frac{y'}{z'} \right)$$

$$F_y = \{ \ln(h/y') - 1 \}^2 + 1 \quad (6)$$

$$F_z = \{ \ln(b/2z') - 1 \}^2 + 1$$

$$\tau_w = \rho K^2 F_y \quad (7)$$

$$\tau_b = \rho K^2 F_z$$

$$K = \sqrt{\frac{g b h}{2 h F_y + b F_z}} \quad (8)$$

$$u = \frac{K}{\kappa} \ln \left(\frac{y'}{y'} \right) \ln \left(\frac{z'}{z'} \right) \quad (9)$$

式③, ④, ⑤を連立して解くと、 $z', y', K, u_{*b}, u_{*w}$ が求まる。

ここで κ : カルマン定数 (= 0.4)

表-4 最大流速を考慮した流速計算

最大流速位置が自由水面下にある場合の計算
 *境界せん断力の合計が $\tau = WAI$ になるものとする。
 *最大流速位置の低下を二次流の効果を含めて自由水面がゆがけのせん断力 τ_s を分担すると、底面せん断力に α を乗じて表す

$$WAI = 2\rho \left(\int_0^h u_{\max}^2 dy + \int_0^b u_{\max}^2 dz + (1+\alpha) \int_0^h u_{\max}^2 dz \right) \quad ⑧$$

側壁、底面の平均せん断力は以下に示される。

$$\begin{aligned} F_{\tau y1} &= (1-\delta/h) \left[\left\{ 1 \ln \left(\frac{h-\delta}{y'} \right) - 1 \right\}^2 + 1 \right] \\ F_{\tau y2} &= (1-2\delta/h) \left[\left\{ 1 \ln \left(\frac{h-2\delta}{y'} \right) - 1 \right\}^2 + 1 \right] \\ F_{\tau z} &= (1+\alpha) \left[\left\{ 1 \ln \left(\frac{b}{z'} \right) - 1 \right\}^2 + 1 \right] \\ \tau_w &= \rho K^2 (2F_{\tau y1} - F_{\tau y2}) \\ \tau_b &= \rho K^2 F_{\tau z} \end{aligned} \quad ⑩$$

従って最大流速位置が水面下にある場合の定数Kは以下となる。

$$K = \sqrt{\frac{1+2h/b}{2b/h(2F_{\tau y1} - F_{\tau y2}) + F_{\tau z}}} \quad ⑪$$

摩擦速度で無次元化された断面平均流速は

$$U/u_{*k} = \frac{1}{K} \left(\frac{u_{*k}}{u_{*k}} \right) (2F_{\tau y1} - F_{\tau y2}) \quad ⑫$$

ここで h : 水深, b : 水路幅, δ : 水面から最大流速位置までの距離, I : 動水勾配, $k = 0.4$ カルマン定数, A : 断面積である。

の分布は管路の半断面として計算可能なことを示唆している。

3. 最大流速位置が自由水面下にある場合の流速計算法

木村(1976)は対数則を用いた長方形開水路の流速計算法、表-3(式③から⑨)を示した。最大流速位置の実験式を表-2に示す。最大流速位置下方の流れを表-3に適用して式③の定数Kを求める。この定数と粗度条件、最大流速位置 δ を与えると、表-4のように最大流速位置を考慮した流速式(式⑩から⑫)が得られる。ここでは二次流の効果をも含めて自由水面が見掛けのせん断力 τ_s を分担すると仮定した。最大流速位置上方のせん断応力の減少は最大流速位置下方のものが折り返すと仮定した。

4. 長方形開水路の抵抗係数の検討

抵抗係数への粗度効果を調べるために、表-3の無次元表示を表-5に示した。式⑩、⑪にみられるように開水路では b/h とレイノルズ数、相対粗度比

表-6 開水路抵抗特性

摩擦損失係数 f は

$$h\tau = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g} \quad ⑬$$

$$f = \frac{2gDI}{u^2} = \frac{8gRI}{u^2} = \frac{8}{(u/u_{*k})^2} \quad ⑭$$

$R = D/4$
 滑面円管路での摩擦損失係数は

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log (Re\sqrt{f}) - 0.8 \quad ⑮$$

Keulegan の滑面開水路式は

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log (Re\sqrt{f}) - 1.08 \quad ⑯$$

Rao の b/h 比1から30を整理した滑面開水路式は

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.12 \log (Re\sqrt{f}) - 1.83 \quad ⑰$$

Myers の b/h 比1から35を整理した滑面開水路式は

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.10 \log (Re\sqrt{f}) - 1.56 \quad ⑱$$

ここで、 $h\tau$: 摩擦損失水頭, R : 径深, u : 断面平均流速
 I : 動水勾配, $Re = uD/\nu = 4uR/\nu$: レイノルズ数である。

滑面水路の実験値は図-2

の傾向を良く表現している。

また各粗度状態に対する計算値もよく水理量に対応しており抵抗特性が表現された。

表-5 流速式無次元表示

流速式の無次元表示
 (滑面)
 $E_y = 1 \ln (h/y') - 1$
 $= 1 \ln \{ Re \cdot \frac{u_{*k}}{u_{*k}} (1 + \frac{2h}{b}) \} + 1.2$
 $E_z = 1 \ln (b/2z') - 1$
 $= 1 \ln \{ Re \cdot \frac{u_{*k}}{u_{*k}} (\frac{1}{2h/b} + 1) \} + 1.2$
 (粗面)
 $E_y = 1 \ln (\frac{h}{k_b}) + 2.4$
 $E_z = 1 \ln (\frac{b}{2k_w}) + 2.4$
 $K_* = \frac{K}{u_{*k}} = \sqrt{\frac{1+2h/b}{2h/b(E_y^2 + 1) + (E_z^2 + 1)}}$
 $\frac{\tau_w}{\tau_o} = K_*^2 (E_y^2 + 1)$
 $\frac{\tau_b}{\tau_o} = K_*^2 (E_z^2 + 1)$
 $\frac{u_{wy}}{u_{*k}} = K_* E_y$
 $\frac{u_{wz}}{u_{*k}} = K_* E_z$

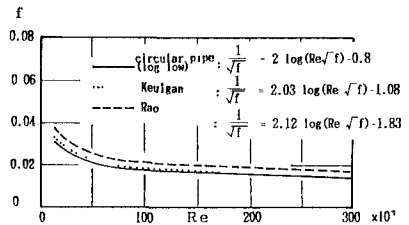


図-2 滑面開水路抵抗特性

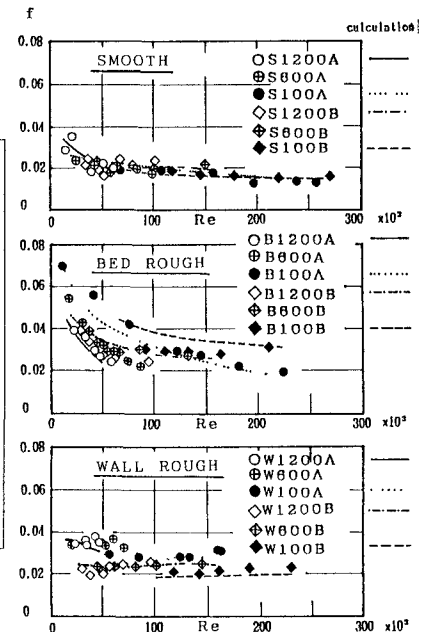


図-3 境界粗度と抵抗特性