

I — 4 幾何確率特性を考慮したライフラインネットワークの浸透解析

東北大学工学部 学生員 ○蕎麦切克己
 東北大学工学部 正 員 中川 昌美
 東北大学工学部 正 員 佐武 正雄

1. はじめに

電気、ガス、水道、など市民生活を大きく支配している都市供給システムは、ライフラインシステムと呼ばれ、複雑なネットワークを形成する。これらのネットワークの信頼性解析などを行なう場合、ネットワークグラフ上の交点及び連結線はそれぞれサイト及びボンドと呼ばれる。本解析では、物理的被害に関するサイトあるいはボンドの確率論的な性格とネットワークの持つ幾何学的な性格を兼ね備えた幾何確率モデルであるパーコレーション理論を通して、震害を受けたライフラインネットワークのガスや水などの内容物の供給能力を考察する。

2. ネットワークのモデル化

本解析では、軟弱地盤上に造成された住宅地などに埋設されているライフラインネットワークを解析の対象とする。その領域中のある正方形の部分領域を選択し、これを解析領域の地盤形状とする。ライフラインの信頼性は、管の材質、管径、継ぎ手の種類などにもよるが、それらが埋設されている地盤の影響に最も大きく左右される。そこで、上記正方形領域をさらに細かい正方形メッシュに分割し、その各々のメッシュの中での地盤の軟弱さあるいは管路網の様子などを整理し、それらの代表値及び代表する形状で近似することにする。具体的には、各メッシュの中心に一つのサイトを設け、そこからそのメッシュに隣接する4つのメッシュのサイトに連結するようにボンドを敷設する。実際にはループなども伴った複数の管路が出入りして成り立っているメッシュ間の輸送を一本のリンクの輸送で近似することにした。このようにして得られた解析領域に埋設されるライフラインの形状は図1に示すような正方形格子で近似されたものとなる。なお、地盤の軟弱度は、サイト及びボンドの信頼度という形で表現するが、ここでは、一様に軟弱な地盤に埋設されたライフラインシステムということで、サイト・ノードには一定の信頼度を与えることにする。

3. パーコレーション理論について

パーコレーションという言葉は“しみ透る”という意味であり、この理論は不規則な媒質における粒子、流体のランダムな運動を統計的に扱うという理論である⁽¹⁾。ここでは、各需要家へ網の目のような供給経路で内容物を輸送する複雑なライフラインネットワークを不規則な媒質、その内容物を流体と解釈し、パーコレーション理論を応用して災害時におけるネットワークの機能評価を試みる。

ネットワークはサイトとボンドとから成り、任意の2点を結ぶ経路が成立するとき、その2点は“連結されている”と言い、その連結の確率は、各々のサイト又はボンドが正常に機能する確率、サイト確率 p_s またはボンド確率 p_b にしたがう。複数のサイトとボンドによって一続きにつながった経路のことをクラスター（図2で点線によって囲まれた部分）と言う。 p_s あるいは p_b が小さいときは小さなクラスターが点在する状態となり、内容物がネットワークの隅々まで輸送されることはない。逆に、 p_s あるいは p_b が大きくなるに従いネットワーク内のクラスターのサイズも大きくなり、ネットワークの両端を結びつけるような大きさになったときのクラスターをパーコレーションクラスターと言う。その時の p_s あるいは p_b を臨界確率 p_{sc} 及び p_{bc} と呼ぶ。またネットワークに内容物が行き渡る確率である浸透確率 P は臨界確率より大きなサイト確率 p_s またはボンド確率 p_b に従う。

また浸透確率 P に対するサイトまたはボンド確率の 関数形が厳密に導かれるのは樹木グラフの場合だけであり、ここでは、モンテカルロ法で求められた浸透確率で近似することにした。解析すべきネットワークの全サイト数当たりのクラスター内のサイト数 $R(p_s, p_b)$ を用いると、浸透確率は $P(p_s, p_b) = R(p_s, p_b) / p_s$ で表され、この $R(p_s, p_b)$ は全面積中の供給面積の割合と同じ意味である。

4. 解析結果

今回はサイト数400のモデルを用い p_s, p_b を一様に与えた。図3、4に $(p_s, p_b) = (0.5, 1.0)$ 及び $(0.65, 1.0)$ の場合の解析領域の浸透状況を示した。図中における“0”は機能不可能なサイトを表し、“1”は機能可能なサイトを表すものとする。図5では、 $p_b = 1.0$ で、 p_s をパラメーターとしたときの P 変化を示した。なお、図4では、パーコレーションクラスターのみ表示した。

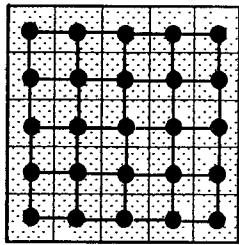
5. 結果考察

図3、4では、クラスターの大きさ、形状にかなりの相異がみられる。 $ps=0.5$ の場合、複数のクラスターが点在しているので、供給源に連結されたクラスター以外は全て供給不可能となり、 $ps=0.5$ は大被害を引き起こす可能性のあるサイトの信頼確率であるといえる。また、 $ps=0.65$ の場合、1つのパーコレーションクラスターがみられるので、領域の端から端まで（全域ではない）供給可能であり、 $ps=0.65$ は比較的、被害を小さくおさえられる信頼確率であるといえる。また、グラフより、 ps が0.55から0.64の範囲内にあるとき、 $P(ps, pb)$ は急激な上昇を示した。このことよりサイト臨界確率はこの近傍に存在すると思われるが、 ps がこの範囲より小さくなるに従い、変化は緩やかになり、臨界点は確定しにくくなっている。これは、サイト確率の増加に比べてクラスターの成長が遅いことに起因するのではないと思われる。サイト確率が0から臨界確率へ向い増加するとき、クラスターは個々独立に成長していくが、臨界確率を越えたときに別々に成長してきた大きなクラスターが連結されるので、クラスターが急激に大きくなると考えられる。さらに、サイト確率が1に向い増加すると、1つのパーコレーションクラスターより大きなクラスターはほかに存在しないので、ゆっくりとした成長とげられるように思われる。

6. あとがき

ここでは、災害時に於けるネットワークの内容物の輸送の問題を、 ps にのみ変化を与えたサイトパーコレーションの問題として取り扱ったが、実在するネットワークではサイト同様ボンドにも被害が発生するため、混合パーコレーションの問題として取り扱うことが必要であると共に、地盤の軟弱さと ps あるいは pb の関係を明らかにし、さらに現実に即した解析内容に発展させたい。

正方形領域と正方形メッシュで近似された解析領域



正方形格子で近似されたライフラインネットワーク

図1 モデル化されたネットワーク

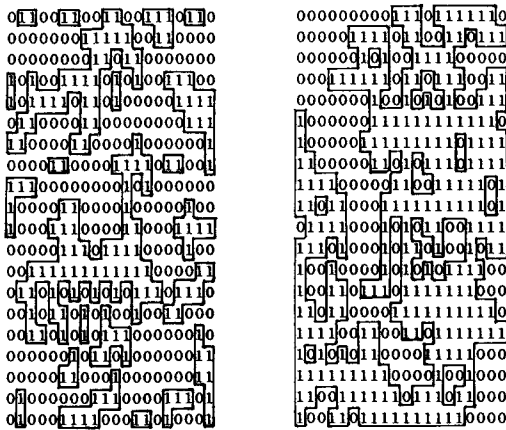
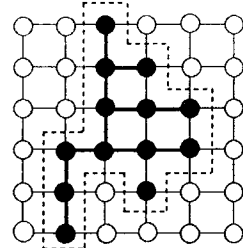


図3 点在するクラスター



○ 浸透不可能なノード
● 浸透可能なノード
--- 供給可能なクラスター

図2 クラスター

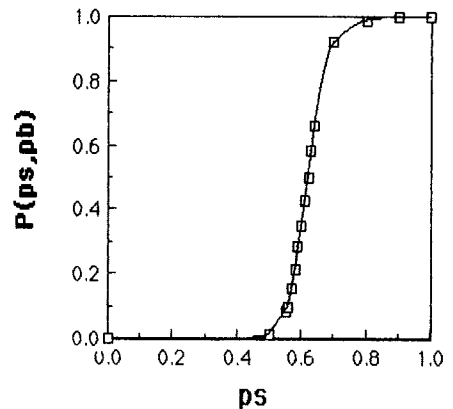


図5 浸透確率曲線

図4 パーコレーションクラスター

参考文献

- (1) Dietrich Stauffer (1985) :Introduction To Percolation Theory