

III-1 3次元粒状要素法による粒子の滑動に関する解析

東北大学大学院 学生員 ○土 倉 泰

東北大学工学部 正会員 佐 武 正 雄

東北大学工学部 正会員 岸 野 佑 次

1. まえがき：著者らは砂のような粒状体の力学挙動を微視的な観点から考察するために粒状要素法¹⁾を用いたシミュレーション解析を行っている。これまでの解析は2次元の円盤を要素として考えたものであったが、ここでは3次元の球を要素としたものを取り扱う。そして粒子数6の簡単な規則配列を用いて3主応力状態での粒子の滑動とそれに伴う変形特性について微小変形の範囲で解析した結果を示す。

2. 3次元粒状要素法の定式化：基本的な考え方は2次元の場合と同様である。異なるのは各要素の剛性を求める際に導入される変換マトリックス T 。と接触点における剛性マトリックス S 。である。変換マトリックス T 。とは、接触力・モーメントあるいは粒子間相対変位・回転を、 $x-y-z$ 座標系で与えられる成分と各接触点での法線方向・接線（3次元の場合は接平面内）方向からなる座標系で与えられる成分との2つの成分間で変換するためのマトリックスである。また剛性マトリックス S 。は、接触点に仮定したバネのバネ定数より成る。以下にそれぞれの具体的な値を示す。なお式中、下付きの c は1つの接触点に着目することを表し、 Σ 。は各要素毎に全ての接触点についての和をとることを表す。

i) 接触力の変換 ($F = \Sigma_c T_c^t P_c$) . . . (1)

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x/r \\ m_y/r \\ m_z/r \end{bmatrix} = \Sigma_c \begin{bmatrix} \sin\theta \cdot \cos\phi & \cos\theta \cdot \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta \cdot \sin\phi & \cos\theta \cdot \sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\phi & \cos\theta \cdot \cos\phi \\ 0 & \cos\phi & -\cos\theta \cdot \sin\phi \\ 0 & 0 & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_n \\ P_{t\theta} \\ P_{t\phi} \end{bmatrix}_c$$

iii) 剛性マトリックス S_c 。

$$\begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 0 \\ 0 & 0 & k_t \end{bmatrix}_c$$

ii) 粒子間相対変位の変換 ($\Delta U_c = T_c \Delta X$) . . . (2)

$$\begin{bmatrix} \Delta u_n \\ \Delta u_{t\theta} \\ \Delta u_{t\phi} \end{bmatrix}_c = \begin{bmatrix} \sin\theta \cdot \cos\phi & \sin\theta \cdot \sin\phi & \cos\theta & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta \cdot \cos\phi & \cos\theta \cdot \sin\phi & -\sin\theta & \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & \cos\theta \cdot \cos\phi & -\cos\theta \cdot \sin\phi & \sin\theta \end{bmatrix}_c \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ r\Delta\omega_x \\ r\Delta\omega_y \\ r\Delta\omega_z \end{bmatrix}_c$$

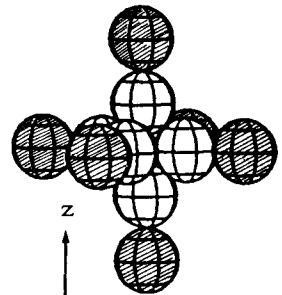
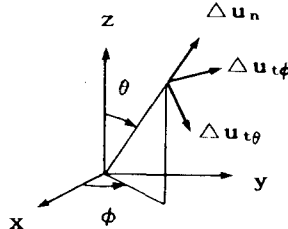
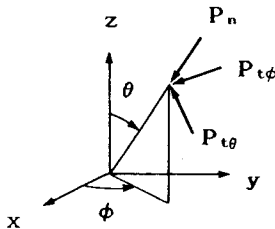


図-1 接触力ベクトルの成分 図-2 相対変位ベクトルの成分

3. 解析条件と記号の定義：図-3に解析モデルを示す。このモデルは $x-y$ 面、 $y-z$ 面、 $x-z$ 面の3つの面内で滑ることが可能であり、しかも等力学的である。解析は主応力軸を $x-y-z$ 軸に一致させて行った。外側の薄く色を施した粒子は境界要素であり、6つの境界要素はそれぞれの剛性マトリックスを加え合わせたものによ

図-3 解析モデル

って算定される共通の線形変換テンソルに基き動かされる。法線方向、接平面内方向のバネ定数 k_n, k_t はそれぞれ $1.0 \times 10^7 \text{ dyn/cm}$, $7.0 \times 10^6 \text{ dyn/cm}$, 粒子間摩擦角 ϕ_c は 25° とする。重力は考えない。また平均応力 16000 dyn/cm^2 は解析中一定とし、せん断応力は τ_{oct} を制御して単調に増加させる。以下に記号の定義を示す。 μ を-1から1までの間で9通りに固定して解析した。

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3 \quad (3)$$

$$q = (3/2 \sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2} \quad \sigma'_{ij}: \text{偏差成分} \quad (4)$$

$$r = q/p \quad (5)$$

$$\mu = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (6)$$

$$\nu = (2d\epsilon_2 - d\epsilon_1 - d\epsilon_3) / (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \quad (7)$$

4. 粒子の滑動条件と変形特性：図-4は応力～ひずみ関係で初め μ の値によらず同一の直線となるが、粒子の滑動が起こると直線が折れ曲がる。この点を π 面上にプロットしたのが図-5である。図中には9つの载荷経路も合わせて示す。まず第一段階の滑りが $\sigma_1 - \sigma_3$ 面で起こる。これらの点を結ぶとモール・クーロン基準に相当する形となる。次に第二段階の滑りははじめに滑った面と異なる面でも起こる。この第二の面での滑りの発生を表す図形が尖端部をもつのは、 μ の値によって滑り出す面の順序が異なるからで、尖端がその境界となる。なお解析モデルは非常に密な状態にあるので変形はごく小さく、微小変形の範囲において体積変化はゼロに近い。図-6は各単調载荷において第二の面での滑りの生じた後に対応する $\gamma_{oct} = 7 \times 10^{-2} \%$ の状態での τ_{oct} を示している。モール・クーロン基準を幾分膨らませたカーブが得られている。各経路ともここまでの変形中に接触点の生成・消滅はない。図-7には $\gamma_{oct} = 7 \times 10^{-2} \%$ での $\mu \sim \nu$ の関係を示す。各载荷経路とも弾性変形時には $\mu = \nu$ であるが、粒子が滑り出すと順次 ν が変化しこの曲線上に到達する。

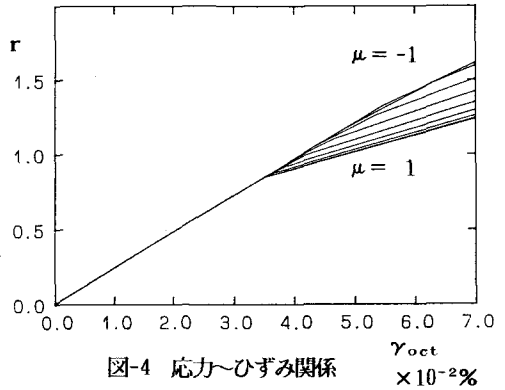


図-4 応力～ひずみ関係

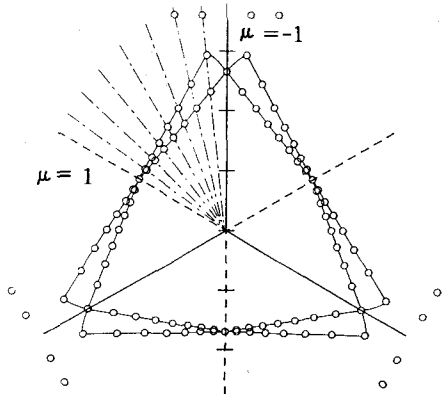


図-5 π 面上に示した粒子滑動の始点

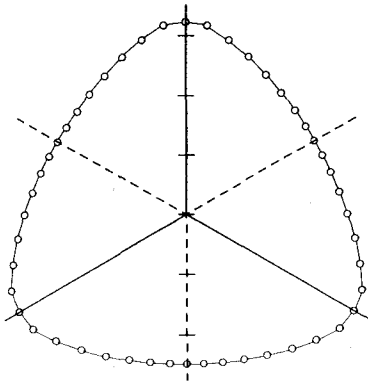


図-6 $\gamma_{oct} = 7 \times 10^{-2} \%$ での τ_{oct}

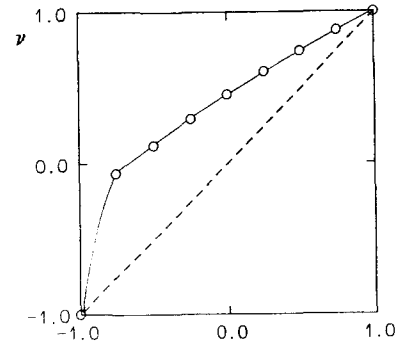


図-7 $\mu \sim \nu$ 関係

5. あとがき：以上3次元粒状要素法を用いて粒子の滑動と変形特性について解析した。最も簡単な規則配列であり、変形量も小さかったが、実際の砂の挙動と類似した傾向も確認できたことは興味深い。さらにこれを応用することにより、粒状体の3次元挙動の微視的な解析を進めていきたいと考える。

参考文献 1) 岸野：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文報告集，Vol.406/III-11, pp.97～106, 1989