

II-74 急速ろ過における硝化のシミュレーション

八戸工業大学 学生員 ○太田 淳也

正員 佐藤米司、福士憲一

1. はじめに

浄水を目的とした、砂ろ過等の固定層における低濃度領域での生物膜モデルを考えて、硝化を例題としてシミュレーションを試みたので報告する。

2. 低濃度領域の生物膜モデル^{1,2,3)}

図-1のモデルを考えると、任意の時間及び固定層の任意の深さについて次の各式が成立する。

$$J = -D_b \frac{dS}{dz} = \frac{D_b}{L_d} (S - S_s) \quad (1)$$

$$D_r \frac{d^2 S_r}{dz^2} = \frac{k \cdot X_r \cdot S_r}{K_s + S_r} \quad (2)$$

$$S = S_s \quad \text{at } z = 0 \quad (3)$$

$$\frac{dS_r}{dz} = 0 \quad \text{at } z = L_r \quad (4)$$

仮定1：低濃度領域（ $S \ll K_s$ ）なので、(2)式は(2')式となり、フラックスは(5)式で表現される。

$$D_r \frac{d^2 S_r}{dz^2} = \frac{k \cdot X_r \cdot S_r}{K_s} \quad (2')$$

$$J = K_r \cdot S \quad (5)$$

$$K_r = \frac{D_b D_r \phi \tanh(\phi L_r)}{D_b + L_d D_r \phi \tanh(\phi L_r)} \quad (6)$$

$$\phi = (k \cdot X_r / K_s / D_r)^{1/2} \quad (7)$$

仮定2：さらに、境膜拡散抵抗が無視でき（ L_d が極めて小）、かつ、生物膜厚が薄い（ L_r が小）ので、フラックスと基質濃度の関係は(8)式で表現される。

$$J = \frac{k \cdot X_r \cdot L_r}{K_s} S \quad (8)$$

ここで、仮定1の妥当性は、一般式(1)～(4)式の精密な近似解を図示した結果(図-2)より明かである。仮定2の妥当性は、図-2で低濃度かつ生物膜厚が大なほど、境膜抵抗のフラックスへの影響が大きい。しかし、境膜抵抗が卓越する小流速時には J^* と L_r^* は小さく境膜抵抗は無視できる。

なお、図-2で用いた無次元数は次の通りである。

$$S^* = S/K_s, \quad L_r^* = \phi L_r, \quad L_d^* = \phi L_d D_r^*, \quad (9)$$

$$D_r^* = D_r/D_b, \quad J^* = J/(\phi D_r K_s)$$

3. 生物膜の消長

(10)式に示す、増殖、死滅、流れによるせん断、増殖に伴う剥離⁴⁾の各項から成る式で考える。

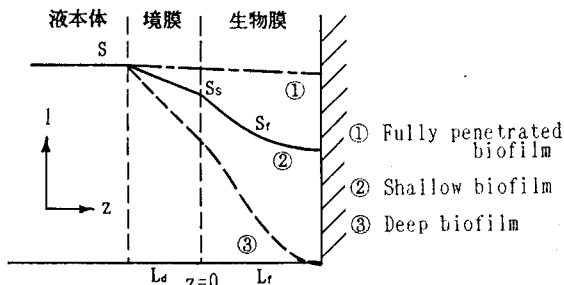


図-1 生物膜モデル

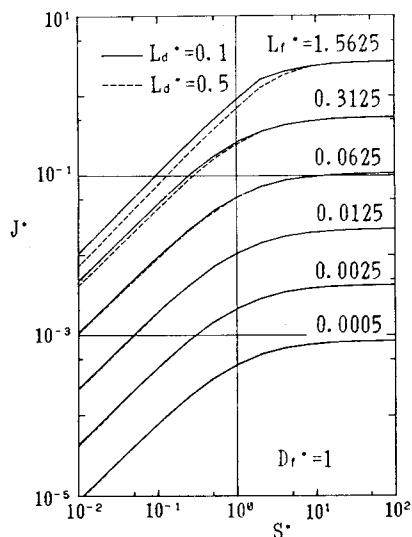


図-2 基質濃度とフラックスの関係
(文献2)より計算、(1)～(4)式の近似解)

a = Specific surface area of bed (cm^{-1})

b = Specific decay coefficient (day^{-1})

D_b = Molecular diffusivity in the bulk liquid (cm^2/day)

D_r = Molecular diffusivity within biofilm (cm^2/day)

D_h = Hydrodynamic diffusivity (cm^2/day)

J = Substrate flux ($\text{mg}/\text{cm}^2/\text{day}$)

k = Maximum specific rate of utilization ($\text{mg}/\text{mg}/\text{day}$)

K_s = Monod half-velocity coefficient (mg/cm^3)

l = Distance from the inlet (cm)

L = Bed depth (cm)

L_d = Thickness of effective diffusion layer (cm)

L_r = Thickness of biofilm (cm)

$$X_r \frac{dL_r}{dt} = Y f \frac{kX_r S_r}{K_s + S_r} dz - bX_r L_r - b_s X_r L_r - b_0 Y f \frac{kX_r S_r}{K_s + S_r} dz \quad (10)$$

第1項と第4項の積分は、フラックスJのことであるから、

$$X_r \frac{dL_r}{dt} = Y'J - b'X_r L_r \quad (11)$$

$$Y' = Y(1 - b_0); \text{グロスの付着係数} \quad (12)$$

$$b' = b + b_s; \text{グロスの剥離係数} \quad (13)$$

ここで、 b' については、流速が極めて大きくなって、せん断が最大に達し、バルク基質濃度が流入のそれと等しくなり($S = S_0$)、生物膜がそれ以上増殖も剥離もしない状態が考えられ、その時 $b' = b'_{max}$ となる。

$$b'_{max} = \frac{Y' k S_0}{K_s} \quad (14)$$

ゆえに、 b' は次式のように、(14)式の b'_{max} を最大値とする流速 v に関する飽和関数により表現される。

$$b' = b + \frac{(b'_{max} - b)v}{K_v + v} \quad (15)$$

K_v : 定数(せん断に関する half-velocity)

なお、生物膜の変化は極めて遅く、(11)式は微小時間 Δt に関して次のように近似できる。²⁾

$$\Delta(X_r L_r) = (Y'J - b'X_r L_r) \cdot \Delta t \quad (16)$$

4. 固定層への適用

1次元流れモデルで、固定層の任意の深さで上述の生物膜モデルが成り立つとする。拡散項、移流項、フラックスによる反応項、浮遊生物による反応項から成る基礎式、および境界条件の式は、次のようになる。

$$\epsilon \frac{\partial S}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 S}{\partial l^2} - v \frac{\partial S}{\partial l} - a \cdot J - \frac{\epsilon k X_0 S}{K_s + S} \quad (17)$$

$$v \cdot S_0 = v \cdot S - D_n \frac{\partial S}{\partial l} \quad \text{at } l=0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial S}{\partial l} = 0 \quad \text{at } l=L \quad (19)$$

5. 計算と実験の対比

以上より、(17)式を境界条件のもとに解けばよいが、式中の J (8式)に関係する L_r は時間及び場所の関数となる。そこで、(16)式の関係を利用し、 Δt 前の S 、 L_r を用いて次段のそれらを計算した。(詳細は略すが差分による数値計算) Inputは 生物反応の動力学定数

(k 、 K_s 等)、生物膜に関する定数(X_r 、初期 L_r)、固定層と流れの条件(v 、 L 、 ϵ 等)、および流入基質濃度 S_0 であり、Outputは任意時間・場所におけるフラックス J 、膜厚 L_r 、バルク濃度 S である。なお、 L_0 、 D_n は式^{5,6)}を用いて計算した。なお、パラメータのうちで主として検討を加えたのは、 Y' および b' (K_v)である。

図-3が、計算および実験結果の一部である。ほぼ満足できる結果となっている。しかし、条件を変えた場合や、他の非定常過程の解析など課題が多く、現在も検討・実験中である。

<参考文献> 1)Rittmann, et. al.; J. ASCE, EE4, 831(1981). 2)Rittmann, et. al.; J. WPCF, 56, 874(1984)
3)Gantzer, et. al.; Wat. Res., 22, 191(1988). 4)Speitel, et. al.; J. ASCE, EE3, 464(1987). 5)Rittmann, et. al.; Biotech. Bioeng., 22, 2358(1980). 6)Bear; Dynamics of Fluids in Porous Media(Elsevier, 1972)

S = Substrate conc. in the bulk liquid (mg/cm^3)
 S_0 = Substrate conc. of the influent (mg/cm^3)
 S_r = Substrate conc. within the biofilm (mg/cm^3)
 S_s = Substrate conc. at the liq./film interface (mg/cm^3)
 t = time (day)
 v = Superficial flow velocity (cm/day)
 X_0 = Bacterial density in the pores of bed (mg/cm^3)
 X_r = Bacterial density in biofilm (mg/cm^3)
 Y = True yield (mg/mg)
 z = Distance normal to the biofilm surface (cm)
 ϵ = Bed porosity (-)
Subscripts; s = Substrate, x = Biomass

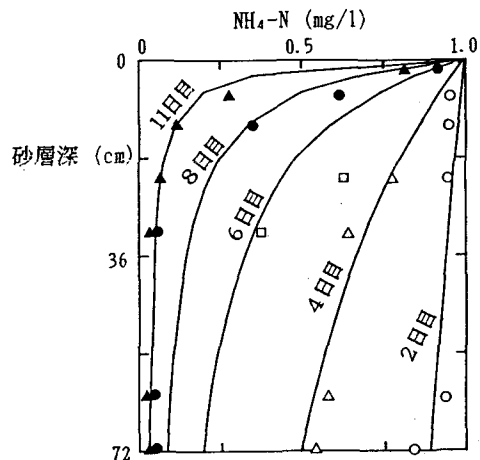


図-3 計算と実験の比較 ($v=100\text{m}/\text{day}$)

$K_s=0.5\text{mg}/\text{l}$, $k=1.5\text{mg}/\text{mg}\cdot\text{day}$, $X_r=10\text{mg}/\text{cm}^3$,
 $Y'=0.236\text{mg}/\text{mg}$, $b'=0.015\text{day}^{-1}$, $X_0=$,
 $D_p=0.0772\text{cm}$, $\epsilon=0.43$, $a=63.3\text{cm}^{-1}$, $D_n=651\text{cm}^2/\text{day}$,
 $D_b=1.5\text{cm}^2/\text{day}$, $D_r=1.0\text{cm}^2/\text{day}$, 20°C .