

II-67 拡張フラクタル次元を用いた海岸線形状の性質

東北大学工学部 学生員 ○西山英彰
東北大学工学部 正 員 今村文彦

1. はじめに； 近年、フラクタル幾何学が種々な分野に応用され成果が上げられている。なかでも複雑な形状をもつ海岸線形状などに用いられ、その構造の相違が明らかにされつつある。しかし、フラクタル次元の概念及びその具体的な算出方法については、未だ十分に確立されておらず、問題点も多い。本研究では、海岸線などの境界形状に対してフラクタル次元を算出する際の、適正な方法及び有効範囲（粗視度の上・下限）について考察する。また、自己相似性の概念を拡張したフラクタル次元の有効性について、回帰二次曲線モデルを用いて検討する。

2. 拡張フラクタル次元の算出法； この次元の実用的な定義・算出法は5つほどに分類できるが、ここでは粗視度の度合を変える方法を採用する。この方法の中で、海岸線のような複雑な曲線を一定の長さの線分の集合によって近似する方法(Structured Walk Method :以下S.W.M.)が一般的に用いられる。デジタイザなどで得られた離散的なデータとし

て海岸形状が表された場合、S.W.M.によれば長さ δ の線分の始点、終点がデジタルデータ上にない時に、線形補間によって与えられる。一方、あくまで線分の始点、終点をデジタルデータ上に与える方法(Equipaced Polygon Method :以下E.P.M.)もある。具体的には、始点からある個数をとばした点を結んで線分を形成していくものである。後者の方法では、補間を用いずに忠実に母データを尊重することができるのだが、デジタルデータの間隔により粗視度の δ にバラ付きが生じ、ひとつの値に定められない。ここでは、対象領域中における平均値を δ の代表値とした。

図-1に三陸沿岸(釜石-大船渡)を例にした対象領域を示す。図-2には図-1を対象として、海岸線長 $L(\delta)$ と δ との関係を両対数表示したRichardson Plotを示す。このグラフの傾き a とフラクタル次元 D の関係は $a = 1 - D$ として表される。図-2から明らかに、この a (または D)は定数にはならない。このような場合に、観測の尺度(粗視度)に依存させようとする概念が拡張フラクタル次元であり、

$$a = 1 - D = \frac{d \{ \log L(\delta) \}}{d \{ \log \delta \}} \quad (1)$$

で定義される。この結果を図-3に示す。この図からふたつの特性が示される。第一には、 δ が小さくなる

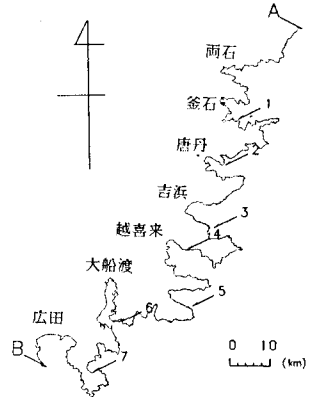


図-1 三陸地方の海岸線

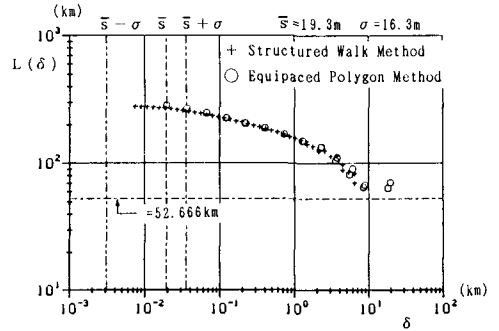


図-2 海岸線長に対する Richardson Plot

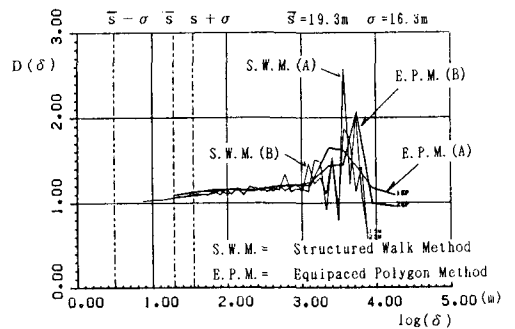


図-3 拡張フラクタル次元 $D(\delta)$ の分布

と次元が1.0に近づくこと、第二には、逆に δ が大きくなると次元にバラつきが生じることである。これは δ の上・下限問題であり、次元の有効範囲またはその適用範囲に関係する。 δ の下限付近では、デジタルデータ間隔(平均値は図-2, 3中の $\bar{s}$)より粗視度が小さくなるため δ を変えても $L(\delta)$ は変化しなくなり、次元が1.0へと漸減する。一方、 δ の上限付近では、粗視度の定義、線分をとる始点の位置、或は δ を変化させる初期値により、 $L(\delta)$ の値が大きく変化している。これら上・下限の判断は図-2に示したRichardson Plotを対照とした場合には難しく、図-3に示した拡張フラクタル次元を用いることで容易になる。ここでは、下限はデジタルデータの平均間隔 $\bar{s}$ にほぼ等しく、上限は 10^3m 程度に限定できそうである。この範囲では粗視度の方法による差異は小さい。上限値は対象領域の容量や代表的な長さに関係していると推察できるが、断定は難しい。

3. 帰二次曲線モデルの適用； $L(\delta)$ に対し次式で示す2次曲線を回帰させ、拡張フラクタル次元を求める。このモデルの提案の根拠は、 $L(\delta)$ の1階の導関数である $D(\delta)$ の分布が1次関数に酷似しているところによる。

$$\log L(\delta) = \alpha + \beta (\log \delta) + \gamma (\log \delta)^2 \tag{2}$$

(1), (2)式より、このモデルの拡張フラクタル次元 $D_r(\delta)$ は

$$D_r(\delta) = (1 - \beta) - 2\gamma (\log \delta) \tag{3}$$

と表される。図-4には、図-2のS.W.M.によるRichardson Plotを(2)式に回帰させて得られた $D_r(\delta)$ が示されている。 $D_r(\delta)$ は適用範囲において、図-3から得られた $D(\delta)$ の分布を非常によく表していることが分かる。

表-1には、三陸地方の海岸7ヶ所に対して帰二次曲線モデルを適用した結果である。帰曲線の有効性の指標として決定係数 R^2 も表中に示す。 R^2 が1に近いほどその曲線の回帰が良好であることを表す。 α は(2)式中で $\log \delta \rightarrow 0$ のときの $L(\delta)$ になり、領域中の海岸線長の代表値となる。 $(1 - \beta)$ は粗視度の下限付近でのフラクタル次元を示し、 (-2γ) は粗視度に対するフラクタル次元の変化率を表わす。従って、 γ の絶対値が小さな値をとるほど自己相似性の強い地形となる。実際、譜代-北山崎、吉浜-綾里では γ の絶対値が小さく、粗視度全般に渡って複雑さが類似している。一方、百石-八戸では γ の絶対値が大きく、実際、単調な海岸線に続いて八戸港の人工構造物が存在する。ここでは、粗視度を変えると性質の異なる人工構造物が見えてくるからである。また、表中では釜石湾、大船渡-広田、唐桑-気仙沼が類似した数値をとる。傾向として、 γ の絶対値が大きい場所では β が正の値を、逆に γ の絶対値が小さな場所では β が小さいか、負の値をとる。

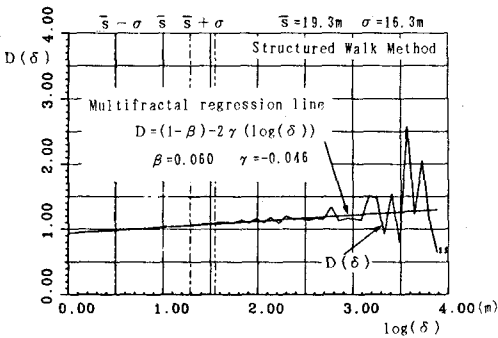


図-4 $D_r(\delta)$ と $D(\delta)$ の比較

表-1 各地域での帰二次曲線モデルの係数

	α	β	γ	R^2
I 百石-八戸	0.399	0.167	-0.066	0.983
II 譜代-北山崎	0.586	-0.056	-0.019	0.991
III 釜石湾	0.755	0.128	-0.063	0.997
IV 吉浜-綾里	1.115	-0.030	-0.022	0.992
V 大船渡-広田	0.932	0.105	-0.060	0.997
VI 唐桑-気仙沼	0.902	0.111	-0.062	0.998
VII 釜石-大船渡	1.428	0.060	-0.046	0.996

4. おわりに； 表-1のような比較を行うことにより海岸線の分類は可能と考える。解析するに当り、最も重要な要素は δ の上・下限の問題であり、適正に選ばれた範囲においては方法や線分の始点による違いは小さいようである。本研究を行うにあたり、東北大学工学部首藤伸夫教授にご助言をいただいた事を記し、謝意を表す。