

II-42 河 口 付 近 の 波 の 屈 折 解 析

東北大学工学部 学生員 ○ CHAN CHEE SENG

東北大学工学部 正 員 真野 明

東北大学工学部 正 員 澤本 正樹

1. はじめに

河口付近の波の変形を予測することを目的に有限要素法によるプログラムの開発を行っている。前報（田口ら(1988)）では流れがない場合の屈折・回折現象をBerkhoff(1972)の緩勾配方程式を用いて解いた。本報では流れの影響を考慮出来る Kirby(1984)の緩勾配方程式を支配方程式として用いることにし、1次元伝播の場合について、流れがある場合の境界条件を導いた。また、それを使って解析した数値誤差の特性を明かにした。

2. 支配方程式

Kirbyの緩勾配方程式は次式ようになる。

$$\frac{D^2 \phi}{D^2 t^2} + (\nabla \cdot U) \frac{D \phi}{D t} - \nabla \cdot (C C_g \nabla \phi) + (\sigma^2 - k^2 C C_g) \phi = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{D}{D t} = \frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla, \quad \nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right], \quad U = (U, V) \quad \dots (2)$$

$$\omega = \sigma + U \cdot K, \quad \sigma^2 = g k \tanh kh, \quad k = |K| \quad \dots (3)$$

ここで、 C は波速、 C_g は群速度、 ω は絶対角周波数、 σ は固有角周波数、 U は流速ベクトル、 K は波数ベクトル、 h は水深、 g は重力の加速度、 ϕ は速度ポテンシャルであり、

$$\phi(x, y, t) = \phi(x, y) \exp(-i \omega t)$$

時間 t について変数分離したものである。

3. 境界条件の誘導

1次元伝播を考え、流れが $x < 0$ の方向を向いている場合を仮定すると、その基本解は次のようになる、

$$\phi(x) = A \exp(i k^+ x) + B \exp(-i k^- x) = \phi^+ + \phi^- \quad \dots (4)$$

ここで、右辺第1項と第2項は各々 x の正の方向と負の方向に進む波を表し、 k^+ と k^- は逆流と順流に対する(3)の根である。

今 $x = 0$ 、 L を解析区間として、 $x = 0$ で入射波

$$\phi_0 = A \exp(i k^+ x)$$

が与えられたとすると、 $x = 0$ における境界条件は(4)を x で微分し、 ϕ^- を消去することにより、

$$\frac{d \phi}{d x} + i k^- \phi = i (k^+ + k^-) \phi_0 \quad \dots (5a)$$

また、 $x=L$ における波の反射率を γ とすると、 $\phi^- = \gamma \phi^+$ であるので、(4) を x で微分して、 ϕ^+ 、 ϕ^- を消去して、

$$\frac{d\phi}{dx} = \left\{ ik^+ - ik^- \gamma \right\} \phi / (1 + \gamma) \quad \dots (5b)$$

となる。

ここで、 i は虚数単位、 ϕ_0 は入射波振幅であり、境界における波の反射率は、完全透過では $\gamma = 0$ 、完全反射では $\gamma = 1$ である。ここで、完全反射の場合には固体壁を考え、 $U = 0$ を仮定している。

3. 理論値と比較・考察

支配方程式 (1) と境界条件 (5a), (5b) を Galerkin 法を用いた有限要素法により解いた。補間関数は線形とし、要素総数は 40、節点総数は 41 である。一定水深を用い、流れ、波長、メッシュの大きさを種々変えて計算し、理論解と比較した。その結果は図 1 のように表わされる。横軸には、メッシュの長さ Δx と局所的な波長の比 r を、縦軸には相対誤差の大きさ E (%) をとり、波向が流れの方向と逆の時の相対誤差を $\times$ で、同方向の時は $\circ$ で示した。これを見ると、両方の誤差は $r = 0.08$ の付近で急に増加し、5% 以上を越える。また、順流の誤差はわずかに逆流のより大きいことがわかる。よって、このプログラムで誤差 1% 以下の精度を得るためには、 $r < 0.08$ が必要である。

逆流の場合には、流れの大きさが群速度を越えると、波が流れを遡上出来ないことが知られているが、流れを群速度に近づけていくと、誤差がどのように変化するかを調べた。 U が C_g より小さい限り $r < 0.08$ の条件で誤差は 1% 以下の計算が可能であることがわかった。

4. おわりに

これらの条件と結果を河口地形に対する屈折・回折現象の 2 次元数値解析に利用することが出来る。

《参考文献》

- 1) James T. Kirby: A Note on Linear Surface Wave-Current Interaction Over Slowly Varying Topography, Journal of Geophysical Research, Vol. 89, pp. 745-747, 1984.
- 2) Chiang C. Mei: The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, pp. 98-108, 1983.
- 3) 田口康典・真野明・澤本正樹: 屈折・回折現象の有限要素法解析, 第 43 回年次学術講演会講演概要集 - II, 土木学会, pp. 720~721, 1988

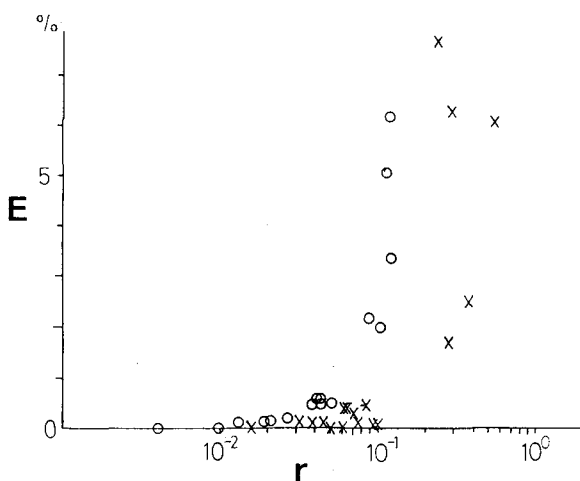


図-1 相対誤差