

II-9 ゲート急開直後の流れ先端部の水面形

秋田大学 学生員 ○町 本 康 之

秋田大学 正 員 松 富 英 夫

1. まえがき

下流側水深がない場合のゲート急開直後の流れ先端の挙動に関する理論的研究例として、志村のものがある¹⁾。最近、著者等の一人は、下流側水深がある場合のそれを議論すべく、志村理論の拡張を試みた²⁾。その際に誘導した基礎方程式は、下流側水深の有無にかかわらず、同一段階の水面形や運動量分布の時間的変化等の議論にも使用できるものである。これ等の知見は、ゲートの操作法ばかりでなく、急変不定流の構造解明、それによる波力の評価や洪水氾濫計算での初期値の与え方³⁾等にも資すると思われる。

本研究は、前報²⁾において基礎方程式を解く際になされた仮定（2階以上の高階項は省略できるとしたこと）の妥当性を示すと共に、対象流れの水面形を議論する等、基礎方程式の適用の拡張を試みるものである。

2. 基礎方程式

初期のゲート上・下流は静水で、その水深比 $(=h_1/h_0)$ は、最終的に容易に移動跳水が発生する程⁴⁾、十分に大きいとする（極限である $h_0=0$ の場合も議論する）。また、水の粘性は考えず、流れは浅水理論に支配されるとする。この時、任意水深 h ($dh/dt=0$) 点の挙動に関する基礎方程式として、次式群を得る。

$$dx/dt=u-h\beta/\alpha \quad \dots(1) \quad du/dt=g\alpha-h\beta^2/\alpha \quad \dots(2)$$

$$d\alpha/dt=-2\alpha\beta-h\beta\alpha_x/\alpha+h\beta_x \quad \dots(3)$$

$$d\beta/dt=-\beta^2+g\alpha_x-h\beta\beta_x/\alpha \quad \dots(4)$$

$$d\alpha_x/dt=-3\beta\alpha_x-3\alpha\beta_x-h\beta\alpha_{xx}/\alpha+h\beta_{xx} \quad \dots(5)$$

$$d\beta_x/dt=-3\beta\beta_x+g\alpha_{xx}-h\beta\beta_{xx}/\alpha \quad \dots(6)$$

$$d\alpha_{xx}/dt=-6\alpha\beta_x-4\beta\alpha_{xx}-4\alpha\beta_{xx}-h\beta\alpha_{xxx}/\alpha+h\beta_{xxx} \quad \dots(7)$$

ここで、 u :断面平均流速、 $\alpha=-\partial h/\partial x$ 、 $\beta=\partial u/\partial x$ 、 g :重力加速度、 x :水平座標、 t :時間。また、下添字 x は x の偏微分を示す。上式群において、 $h=h_0 \neq 0$ とすれば、下流側水深がある場合、 $h=h_0=0$ とすれば、下流側水深がない場合の流れ先端を対象としていることになる。

本問題は完結問題である ($h_0=0$ の場合を除く⁵⁾)。完結問題において、例えば式(7)までで問題を閉じさせようとする時は、暗に次式を仮定していると解釈して良い。

$$\beta_{xx} \approx 0, \alpha_{xxx} \approx 0, \beta_{xxx} \approx 0, \dots \quad \dots(8)$$

この関係を式(7)、(6)に適用すれば、次式が示せる。

$$\beta_x \approx 0, \alpha_{xx} \approx 0 \quad \dots(9)$$

式9本を用いる場合まで同様の検討を行った。結果は全く同じであった。式(4)以前からは、何れからも、有意な情報が得られないことも確認した。

以上の検討より、初期条件として志村のように $u \approx 0$ 、 $\beta \approx 0$ 、 $\beta_x \approx 0$ 、 $\dots$ を用い¹⁾、高階微分項を途中で切捨て

て問題を閉じさせようとする限り、最終的に解けばよい式は次式群であることが示される。

$$dx/dt=u-h\beta/\alpha \quad (10) \quad du/dt=g\alpha-h\beta^2/\alpha \quad (11)$$

$$d\alpha/dt=-2\alpha\beta-h\beta\alpha_x/\alpha \quad \dots(12)$$

$$d\beta/dt=-\beta^2+g\alpha_x \quad (13) \quad d\alpha_x/dt=-3\beta\alpha_x \quad (14)$$

上式群は前報で解いた式群と同じである。第1近似的に、前報での仮定が妥当であったと言える。

3. 初期水面の勾配と曲率

初期水面の勾配と曲率を各々 α_1 、 $\Delta\alpha_1$ と記号する。水面形等を議論するには、先端ばかりでなく、背後の任意 h 点でのそれ等の値も知る必要がある。以下、先端でのみ前もってそれ等の値が与えられるとして、その近似的求め方を示す。

$\alpha_{xx} \approx 0$ が判っている。これを x で積分し、流れ先端の初期条件で解けば、次式群を得る。

$$\alpha_x \approx \Delta\alpha_1 f \quad (15) \quad \alpha \approx \Delta\alpha_1 f x + \alpha_{1f} \quad (16)$$

$$h \approx -\Delta\alpha_1 f x^2/2 - \alpha_{1f} x + h_0 \quad \dots(17)$$

添字 f は流れ先端での水理量を示す。 x をパラメータとして、任意 h 点での α_1 、 $\Delta\alpha_1$ が求まる。

4. 解の適用性 本近似の下でも、任意 h ($h \neq 0$) 点に対しては解析解が得られない。数値的に解き(Runge-Kutta法を使用)、議論を進める。本理論の妥当性の検討のため、実験も行う。

4. 1 実験

実験水路は高さ0.6m、幅0.2m、長さ1.4mの透明アクリル製である。ゲートとして、手動の引き揚げ式のもの（アルミ製、厚さ2mm）を用いた。水路下流端から0.7mの所に位置している。実験ケースは h_0 を0.02mに固定し、 h_1 を0.30、0.35、0.40mと変化させた、3ケースである。ただし、10回ずつ実験を行った。これは前報

での実験ケースと同じである。すでに、 α_{1f} と $\Delta\alpha_{1f}$ の値が評価されており、その妥当性をも検討したいがためである。測定項目は、ビデオによる流れ先端部の空・時間波形である。波形がより明確に読み取れるよう、水にアニリンブルーを加え、可能な限りの接写をした。

4. 2 $h_0=0$ の場合

式(17)を変形すると、

$$h \approx -\Delta\alpha_{1f}(x+\alpha_{1f}/\Delta\alpha_{1f})^2/2+(\alpha_{1f})^2/2\Delta\alpha_{1f}+h_0 \quad (18)$$

志村によると、 α_{1f} と $\Delta\alpha_{1f}$ の間に次式の関係がある¹⁾。

$$\Delta\alpha_{1f} = \pi^2(\alpha_{1f})^2/16h_1 \quad \cdots\cdots(19)$$

よって、前章理論での水深の頂点 h_p は、式(18)・(19)から、

$$h_p = (\alpha_{1f})^2/2\Delta\alpha_{1f} = 8h_1/\pi^2 \approx 0.811h_1 < h_1 \quad \cdots\cdots(20)$$

頂点は初期貯留水深 h_1 点まで達していない。この主な理由は α_{xx} 以下の高階微分項を無視していることによる。

図-1は水面形の比較例を示す。実線は理論値、破線は実験値で、Dresslerのもの⁷⁾である。 α_{1f} ($\Delta\alpha_{1f}$ は式(19)より算出)の値として、志村のものを用いている。流れ先端部で両者は比較的良く一致している。しかし、時間の経過と共に背後で差が大きくなっている。図-2は運動量分布 $P(x)$ の経時変化例(理論値のみ)を示す。図-1の水面形に対応させてある。 $P(x)$ は ρhu で、 ρ は水の密度である。

4. 3 $h_0 \neq 0$ の場合

前報での α_{1f} と $\Delta\alpha_{1f}$ の値を用い

て、 $h_0=0$ の場合と同じく、 h_p は h_1 点まで達しないことを確かめた。

図-3は水面形に関する本実験(代表的な)値との比較例を示す。 $t=3/60s$ のみである。それ以前では明確な実験値が得られなかったこと、以後では理論の適用範囲外²⁾となることによる。 α_{1f} と $\Delta\alpha_{1f}$ の値として、前報のものを採用している。流れ先端部で両者は比較的良く一致している。 $h_0 \neq 0$ の場合にも、本理論が有効であると判断されよう($h_0=0$ の場合に比べて、時・空間的な適用範囲は狭い)。また、前報での α_{1f} と $\Delta\alpha_{1f}$ の値の選定も、妥当であったと言えよう。図中には、適用時間外(4/60、5/60s)での実験値も示してある。それ等は先端背後で大きな盛り上がりを示している。本理論では説明つかないので、この解決には、初期値の変更、モデルの改良や精度的に浅水理論以上のものを採用する、等の工夫が必要であろう。図-4は運動量分布の経時変化例(理論値のみ)を示す。図中には、Stoker理論⁶⁾に基づく流れ先端部での値(一点鎖線)も示してある。本理論では、Stoker理論での先端部のように、空間的に一様な分布とならない。しかも、移動跳水への移行過程なので、値もずっと小さい。

5. むすび

主な結論は次の通りである。1)第1近似的に、

対象流れの解析には式(10)~(14)の5式でよい。2)初期の流れ先端部の水面勾配(= α_{1f})と水面曲率(= $\Delta\alpha_{1f}$)を既知量として、その時の背後の任意水深点でのそれ等の定め方を示した。3)水面形の本算定法は、流れ先端部ではほぼ妥当である。

《参考文献》 1)志村博康：農土論集、1975。2)松富英夫：土論集、1989。3)佐藤・今村・首藤：第33回水講演文集、1989。4)松富英夫：第33回水講演文集、1989。5)島田正志：東京大学博士論文、1978。6)Stoker, J.J.: Water Waves, 1957。7)Dressler, R.F.: Int. Assoc. of Scientific Hydrology Pub., 1954。

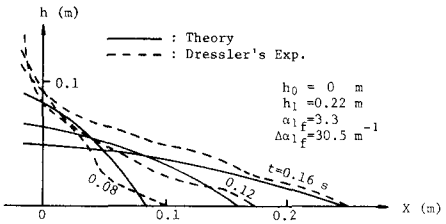


図-1 水面形の比較

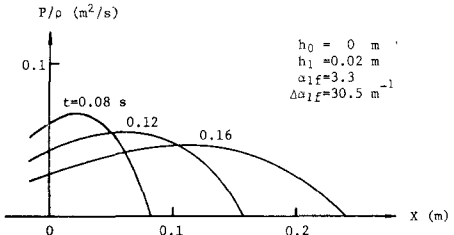


図-2 運動量分布

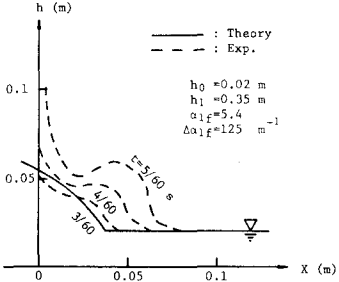


図-3 水面形の比較例($h_1=0.35m$)

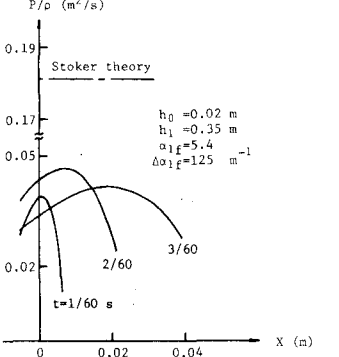


図-4 運動量分布($h_1=0.35m$)