

I-20 等曲げを受けるパネルの後座屈不安定挙動

東北大学工学部 ○学生員 日高 誠
 東北大学工学部 正 員 中沢 正利
 東北大学工学部 正 員 倉西 茂

1. まえがき

板パネルが荷重を受けて弾性座屈した後の挙動は良く知られていない。特に後座屈領域での不安定挙動については、板の有限変形が深く関与する高次非線形問題となるため、これまでほとんど言及されたことがない。藤井ら¹⁾は曲線プレートガーダーを構成する曲面パネルの弾性有限要素解析において、収束計算の著しく困難となる点の存在することを指摘した。しかし、曲面パネルでは初期の段階から面外変形が生じるため、この不安定点が分岐等の座屈現象に対応するか否かといった不安定挙動の解明には不向きである。そこで、Karman-Marguere の大たわみ微分方程式にGalerkin法を適用した準解析的解法^{2,3)}を用い、等曲げを受ける四辺単純支持板の単純な解析例に対して座屈後不安定挙動を追跡した。ここでは、材料の塑性化は考慮せず、もっぱら二次元等方弾性体としての平板パネルを扱い、初期座屈後に生じる不安定挙動の解明に焦点を絞っている。

2. 解析法の概要

等曲げを受ける四辺単純支持板（図-1）の挙動を表わす支配方程式は、次の様に示される。

$$\begin{aligned} & (r^2 + \alpha^2 s^2)^2 b_{rs} - \frac{48\alpha^2 M}{\pi^4 D} \sum_{n=1}^{n \neq s} (a_{rn} + b_{rn}) \frac{r^2 ns}{(n^2 - s^2)^2} [(-1)^{n+s} - 1] \\ & - 3(1 - \nu^2) \alpha^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{mn} + b_{mn}) \cdot \\ & \cdot \{ [m(n+s) - n(m+r)]^2 \phi_{m+r, n+s} - [m(n+s) - n(m-r)]^2 \phi_{m-r, n+s} \\ & - [m(n+s) + n(r-m)]^2 \phi_{r-m, n+s} - [m(n-s) - n(m-r)]^2 \phi_{m+r, n-s} \\ & + [m(n-s) - n(m-r)]^2 \phi_{m-r, n-s} + [m(n-s) + n(r-m)]^2 \phi_{r-m, n-s} \\ & - [m(s-n) + n(m+r)]^2 \phi_{m+r, s-n} + [m(s-n) + n(m-r)]^2 \phi_{m-r, s-n} \\ & + [m(s-n) - n(r-m)]^2 \phi_{r-m, s-n} \} = 0 \end{aligned}$$

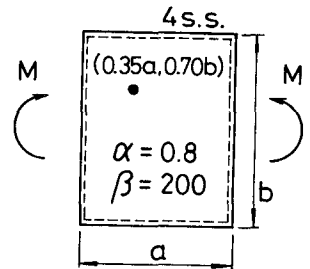


図-1 四辺単純支持板

$r, s = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

板の面外たわみ w と初期たわみ w_0 は、四辺単純支持条件より

$$w = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad w_0 = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

と仮定した。ここで、 a_{mn}, b_{mn} は係数である。初期たわみ a_{mn} は解析では0とした。この b_{mn} に関する3次連立代数方程式を、Newton-Raphson法により解いている。

3. 不安定挙動のメカニズム

図-2はモーメント荷重と面外変位($x=0.35a, y=0.70b$)の関係をパネル縦横比0.8の場合に対して示し、代表的な点での面外変形の形状を併記したものである。等曲げを受ける板パネルはその最低次の座屈荷重に達すると面外変位($m=1$)を生じ、荷重の増加と共に変形も増大する。しかし、ある荷重レベル以降は変形モードが変化し始め、 $m=1$ から $m=3$ へと移行し、この時の収束計算中にはNewton-Raphson法のJacobian行列の行

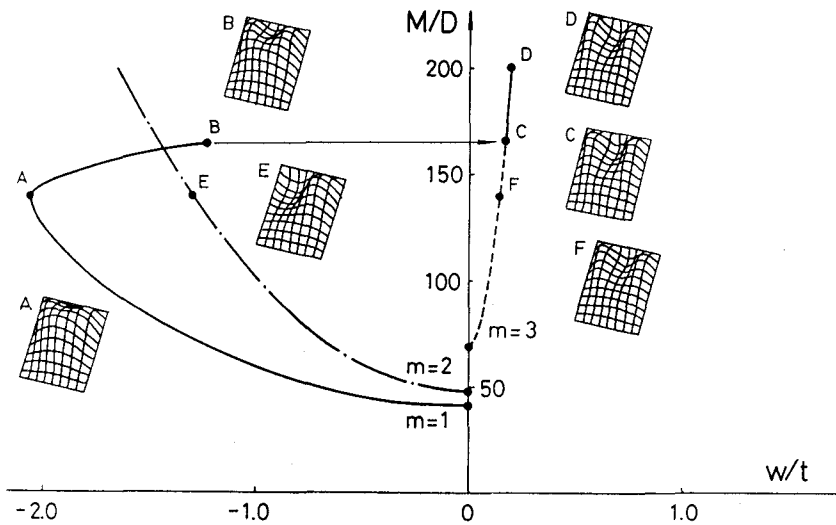


図-2 座屈後のつりあい経路と不安定挙動

列式は負の値をとる。その後 $m=3$ で分岐した経路と合流し、安定した挙動を呈する。また、 $m=2$ の経路は存在するものの、 $m=1$ から $m=3$ へと移行する経路とは関連せず、全く独立である。行列式が負の値をとるのは、 $m=1$ から $m=3$ へと移行する際に板パネルの圧縮部分で逆側へとたわみ、一種の飛び移り座屈現象が生じるためであると考えられる。

4. 不安定挙動の生じる範囲

図-3は座屈後不安定挙動を示すモーメントの値を、パネル縦横比をパラメータにとって示したものである。縦横比が0.7 から1.1 の範囲で不安定挙動の存在が確認された。縦横比が0.5, 0.6 では M/D が1000まで、また1.2, 1.3 では M/D が200までの荷重内では不安定挙動のないことが調べられている。

5. 参考文献

- 1) 藤井・大村・上甲：曲げを受ける曲線桁腹板パネルの弾性有限変位挙動、年次学術講演会概要集、I-48、昭和62年9月。
- 2) Timoshenko, S.P., Gere, J.M.: Theory of Elastic Stability, 2nd Ed., Chap.8,9, 1981.
- 3) 中沢・倉西・佐々木：曲げとせん断を受ける鋼桁パネルの連成挙動の解析的解法、東北支部技術研究発表会、pp.48-49, 1989年 3月。

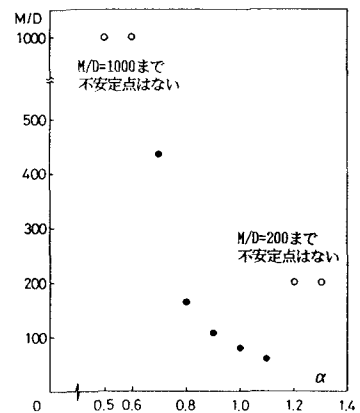


図-3 不安定点の有無