

Ⅲ— 1 0 弾塑性構成式による砂の変形挙動の解析

東北大学 工学部 (学生員) ○ 西坂 雄二
 東北大学 工学部 (学生員) 青木 照幸
 東北大学 工学部 (正員) 柳沢 栄司

1. はじめに

異方硬化理論に基づき、2次元応力状態における砂の繰り返し変形挙動を表現しうる構成式を提案する。この構成モデルは、基本的に負荷曲面に関してはMrozらのモデルと、塑性係数についてはDafaliasらのTwo-Surfaceモデルと同様の考えに基づく。この構成式を用いて排水条件で行った中空せん断試験の結果と比較検討を行う。

2. 負荷曲面および等塑性係数面

図2のような2次元応力状態では負荷関数 f と等塑性係数面 H は次のようになる。処女載荷に対する等塑性係数面はその内側に繰り返し挙動を表す。

$$f = \sqrt{3(\bar{s}_{11} - \bar{s}_{12})} - g(\beta) \sigma_\theta (\lambda_s) p' = 0$$

$$H = \sqrt{3(s_{11} - s_{12})} - g(\beta) F_0(\lambda_t) p' = 0$$

ここで、 $J_2 = S_{11}S_{11}/2$, $S_{11} = \sigma_{11} - \delta_{11j} \sigma_{kk}/3$, $p' = \sigma_{kk}/3$, $\bar{S}_{11} = S_{11} - \alpha_{11}$, $\tan(\beta) = S_{12}/S_{11}$, α_{11} は、背応力である。Lodeの角 θ の代わりに主応力軸方向を表す β を考える。硬化パラメータ λ は相当塑性ひずみ速度 $\dot{\lambda} = \sqrt{(2/3)\dot{e}_{1j}\dot{e}_{1j}}$ の総和を取り、 λ を用いて硬化関数 $\sigma_\theta(\lambda_s)$ および $F_0(\lambda_t)$ は次のように仮定する。

$$\sigma_\theta(\lambda_s) = b_0(1 - \exp(-a_0 \lambda_s))$$

$$F_0(\lambda_t) = \lambda_t / (a + b \lambda_t)$$

ここで、 $0 < b_0 < \eta_f$, $a_0 < 0$, η_f は破壊時の応力で a_0 と b_0 は物質パラメータであり、 $a = 1/G_0$, $b = 1/\eta_f$, G_0 は初期剛性である。 λ_s と λ_t の定義は λ と同様であるが、 λ_t は処女載荷時ときのみ計算される。ここで、異方性を考慮するために、 β によって次のように与える。

$$g(\beta) = ((3 - \sin \phi) / (3 + \sin \phi))^{\sin(\beta/2)} \quad (\text{処女載荷状態})$$

Mohr-Coulombの破壊基準において圧縮側と伸張側の比 $(3 - \sin \phi) / (3 + \sin \phi)$ を用いる。また、繰り返し載荷中は異方性が弱まると考えるので繰り返し載荷中の $g(\beta)$ はパラメータ a_1 を導入して次のように表す。

$$g(\beta) = ((3 - \sin \phi) / (3 + \sin \phi))^{\sin(\beta/2)} \exp(-a_1 \lambda)$$

3. 流れ則および硬化則

偏差塑性ひずみ増分と応力増分の関係は関連流れ則から次のようになる。

$$de_{1j} = (af / a\sigma_{1j})' (af / a\sigma_{kl}) d\sigma_{kl}$$

$$\text{ここで、} (af / a\sigma_{1j})' = (af / a\sigma_{1j}) - \delta_{1j} (af / a\sigma_{kl}) / 3,$$

$de_{1j} = \varepsilon_{1j} - \delta_{1j} d\varepsilon_{kk} / 3$, 背応力の運動に関してはZieglerの考えに基づいて、適合条件から硬化関数 $C(\lambda_s)$ は求める。塑性係数は以下のように決定する。

1) 処女載荷時は、負荷曲面と等塑性係数面は接しつつ拡大するので $f=H=0$ であり、適合条件より求まる。

$$h = (1/3)(1 - b_0 \eta)^2 p' (af / a\sigma_{1j})' (af / a\sigma_{1j})'$$

2) 応力増分が等塑性係数面に沿うかまたは外側を向いている時、等塑性係数面上の塑性係数 h_a 現在の

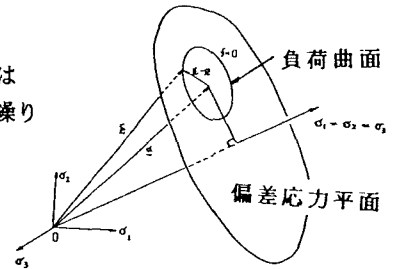
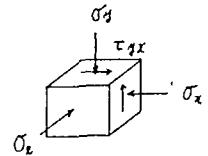


図1 偏差応力面



$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = 0.5$$

図2 応力状態

応力点の塑性係数 h_a として次式で求める。 δ と δ_a は図3に示す。

$$h = h_a - (h_a - h_0) (\delta / \delta_a)^\gamma$$

ここで、 γ は物質パラメータである。

4. ダイレタンスー評価

1) 負荷時 ; $d\varepsilon_{vd} = C_1 \text{Rexp}(-C_2 \lambda_s) (\eta_t - \eta) d\lambda_s$

2) 除荷時 ; $d\varepsilon_{vd} = C_1 \text{Rexp}(-C_2 \lambda_s) (\eta_R - \eta) d\lambda_s$

ここで、 ε_{vd} はダイレタンスーによる体積ひずみ、 η は現

在の応力比、 η_t は変相応力比、 η_R は反転時の応力比、

C_1 、 C_2 、 R はダイレタンスーパラメータである。

5. 解析結果

繰返し3軸圧縮伸張載荷および主応力軸回転の応力-ひずみ関係について図4と図5に表す。繰返しが進むにつれ、塑性ひずみが累積するが、途中で行き詰まる傾向が表現できる。主応力軸方向によってひずみのかたが異なることも表すことができる。このことは負荷曲面の拡大および関数 $g(\beta)$ による。主応力軸回転では明確な反転が現れないことも表現できる。ただし、軸差成分とせん断成分とでは計算値と実験値とは異なっているが、これは関数 $g(\beta)$ が必ずしも全ての角度に対してうまく表すことができないことを示している。繰返し載荷および主応力軸回転に対しては提案した構成式によって表現しようと思われる。多次元の任意の応力に対して拡張できないことが課題である。

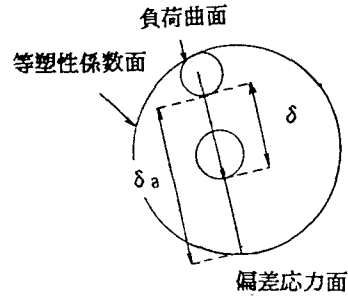


図3 δ と δ_a の関係

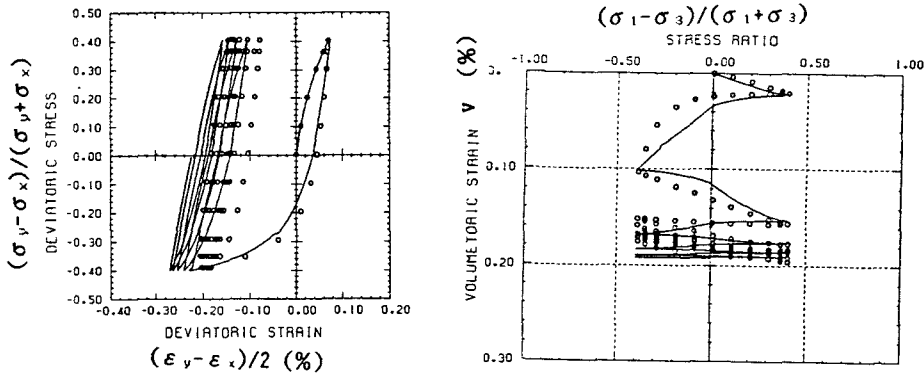


図4 繰返し3軸圧縮伸張

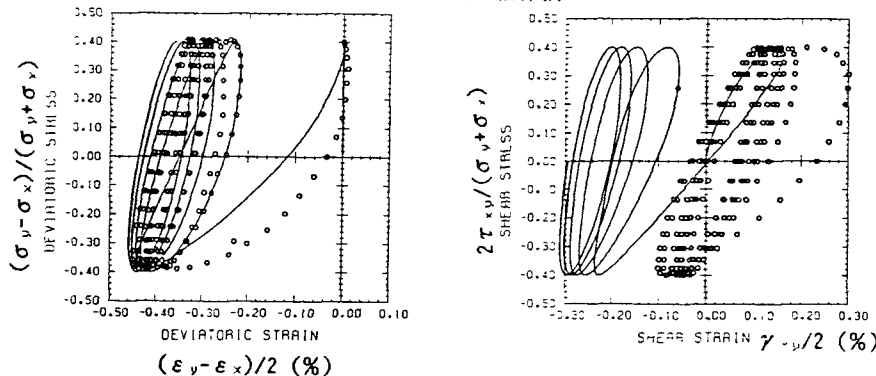


図5 主応力軸回転

参考文献

- 1) 阿部 保、松井 信晴：5, 6 弾塑性体理論とその適用 (その1, その2), 土と基礎 Vol.31, No.11, pp97~105, Vol.31, No.12, pp.73~79, 1983
- 2) 加藤 高之：異方硬化理論に基づく砂の繰返し載荷時の構成式に関する研究, 東北大学修士学位論文, 1983