

Ⅲ — 4 粒状体の単純せん断試験のシミュレーションとその考察

東北大学 学生員 遠藤 佳之
同 上 正 員 佐武 正雄
同 上 正 員 岸 野 佑次

1. はじめに 材料の要素試験における端面拘束の問題は、載荷面の伸縮が自由ではないために生じる変形場の乱れに起因している。このような乱れは、載荷方向が応力の主軸方向に一致する場合には、なるべく端面における摩擦を少なくすることにより解消することができる。しかし、せん断を直接的に与える試験の場合にはせん断応力の伝達も問題となり、通常の試験方法ではこの2つの問題を同時に解消することは不可能である。本研究は、粒状要素法¹⁾によるシミュレーションを応用し、粒状体の単純試験について理想的な試験と現実の試験との比較を行うことを目的としている。

2. せん断試験における変形場 ここでは有限変形を考慮した定式化を行う。図-1に示す位置ベクトル $\underline{r}$ に対応する変形後の位置ベクトル $\underline{r}'$ は、変形勾配テンソル $\underline{F}$ を用いて、つぎのように与えられる。

$$\underline{r}' = \underline{F} \underline{r} \quad (1)$$

粒状体におけるダイレイタンスーを考慮するため、 $\underline{F}$ をせん断変形と体積変化に分けて考える。後に示すせん断試験においては、各載荷ステップの最初にせん断ひずみ増分を与えた後に平均応力を調整するための体積ひずみを与えることを繰り返す。このような状況を考慮するため、第 n ステップにおける変形を次に示すような単純せん断部分と体積変化部分に分ける。

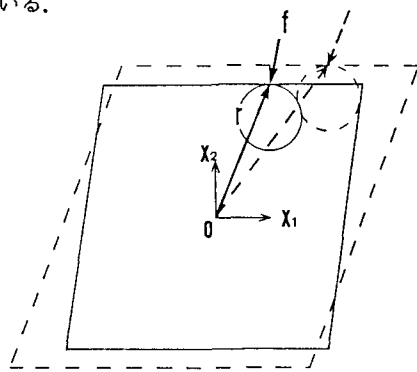


図-1 粒状体領域の変形

$$\underline{S}_n = \begin{bmatrix} 1 & \Delta s_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2) \quad \underline{E}_n = \begin{bmatrix} 1 + \Delta e_n & 0 \\ 0 & 1 + \Delta e_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

このとき、第 n ステップまでの全変形勾配テンソルはつぎのように表される。

$$\underline{F} = \underline{E}_n \underline{S}_n \underline{E}_{n-1} \underline{S}_{n-1} \cdots \underline{E}_1 \underline{S}_1 \quad (4)$$

上式に式(2)、(3)を代入すれば、せん断と体積変化が次のように分離される。

$$\underline{F} = \lambda \underline{S} \quad (5)$$

$$\lambda = (1 + \Delta e_1)(1 + \Delta e_2) \cdots (1 + \Delta e_n) \quad (6)$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta s_1 + \Delta s_2 + \cdots + \Delta s_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

3. 粒状要素法における境界の制御

(1) 変形による制御 ここでは初期状態が矩形領域の場合を考える。4辺の境界に対して変形による制御を行う場合は、2.に示した変形テンソルと矛盾しない移動および境界の伸縮を与えればよい。単純せん断を与える場合には、式(2)より鉛直方向の境界に伸びが加わることになる。また、体積変化を与える場合には、4辺の壁の平行移動と伸びとが式(3)に基づいて生じることになる。

(2) 応力による制御 応力で境界を制御する場合、各ステップにおける応力を境界辺に作用する接触力をもとに算定する必要がある。簡単には、接触力の垂直成分およびせん断成分をそれぞれの辺毎に平均することにより巨視的応力の成分を求めることが考えられる。しかし、この方法では、例えば境界と粒子との間の摩擦角が零の場合においては、せん断応力が零と算定されることになる。従って、ここでは次式

に基づいて応力テンソルを算定することとした²⁾。

$$\sigma_{ij} = \sum_B (r_i f_j) / A \quad (8)$$

ここに、 $\sum_B$ は境界辺上の接触点に関する和、 r_i は接触点の位置ベクトル、 f_j は接触力ベクトル、 A は領域の面積を表す。応力テンソル σ_{ij} の指標 i は面、 j は作用方向を表す。境界の制御は、このようにして求めた応力テンソルの値が所定の値になるように、粒子との間の剛性に応じて境界に移動や伸縮を与えることにより達成される。

4. 簡単な解析例 境界と粒子の摩擦角の影響を調べるために、図-1のようなせん断試験のシミュレーションを行った。載荷は排水条件下で平均応力 σ_0 を一定とするせん断ひずみ制御により行った。粒子配列は容易に正解を求めることのできる規則配列とした。用いたデータは、粒子パッキングや境界における摩擦角を除いて、文献1)と同様である。粒子数は4, 9, 16, 25個と変化させて解析した。

まず、粒子数が25個の場合の接触力分布を図-2に示す。同図a)は境界における摩擦角 ϕ' を内部粒子間の摩擦角 $\phi = 25^\circ$ に等しくした場合の接触力分布（せん断ひずみ $\gamma = 1\%$ ）である。接触力が、領域内部および境界に接する部分ともに、一様な分布を示している。これに対して、 $\phi' = 0^\circ$ として解析した場合の接触力分布（ $\gamma = 1\%$ ）は同図b)のようになる。この図に見られるような分布の乱れは光弾性実験においても見られる現象である。これらの解析により得られたせん断ひずみ γ と応力比 τ / σ_0 の関係を図-3に示す。図-2のように規則正しく配列された剛体粒子がせん断を受けてすべりはじめるときの応力比は、力の釣り合いより次式で与えられる。

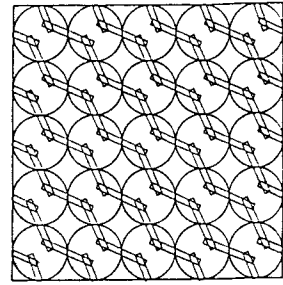
$$\tau / \sigma_0 = \tan \phi \approx 0.47 \quad (9)$$

シミュレーションにおいては仮想バネの弾性変形に基づく立ち上がり部分があるが、ピーク値は、 $\phi' = 25^\circ$ の場合、上式の値にほぼ等しいものとなっている。これに対して、 $\phi' = 0^\circ$ の場合は $2/3$ 程度となっている。

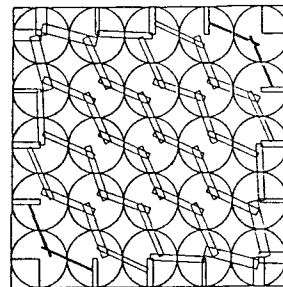
つぎに、粒子数の影響を調べるために行った解析結果について、応力比の最大値をプロットしたグラフを図-4に示す。各 ϕ' の値に対して粒子数による最大値の変化は大きいものではない。ほぼ理想的にせん断試験が行われている $\phi' = 25^\circ$ の場合を除き、最大応力比の値は式(9)の値を大幅に下回っていることがわかる。

5. おわりに 今後さらに境界の伸縮の影響を把握した上で、ランダムなパッキングの場合についてせん断試験における境界の制御方法の評価について調べたい。

参考文献 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，投稿中
2) Kishino, Y.: Statistical consideration on deformation characteristics of granular materials, Proc. US-Japan Seminar (1978, Sendai), 114-122.



a) $\phi' = 25^\circ$



b) $\phi' = 0^\circ$

図-2 接触力の分布

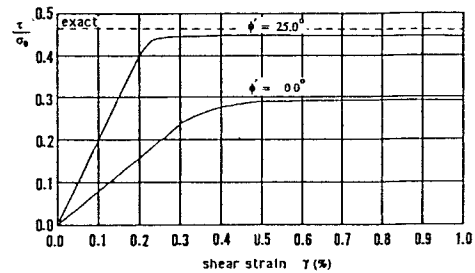


図-3 応力ひずみ関係

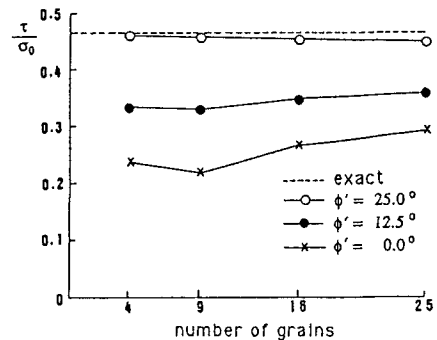


図-4 最大応力比の推移