

II-36 渦素子法を用いた水平床上碎波の数値解析

東北大学工学部 正員○長尾昌朋
東北大学工学部 正員 沢本正樹

1. はじめに

碎波現象は海岸工学のみならず、数値流体力学など広い分野で興味をもたれている。碎波現象を数値計算で再現する場合、波形を多価関数として取り扱うか、2次元計算をする必要がある。ここでは、自由水面を多価関数として取り扱える渦素子法を碎波計算に適用し、碎波現象を再現する。

2. 基礎方程式および数値計算法

座標系を図-1に示す。流体の運動は水表面に渦を分布させることで表現できる。水平床上の運動を複素速度ポテンシャルを用いて記述する場合、鏡像を用いることで底面の条件を満たすことが可能である。よって、水平床上の周期波を表す複素速度ポテンシャルは式(1)となる。右辺第1項は実像、第2項は鏡像の複素速度ポテンシャルを表している。水表面での幾何学的条件(2)と運動学的条件(3)から水表面の運動と渦の強さを表す基礎方程式が得られる。

$$W(z, t) = \frac{1}{2Li} \int_0^L \mu(a, t) \cot \frac{\pi}{L} \{z - Z(a, t)\} \frac{\partial Z(a, t)}{\partial a} da - \frac{1}{2Li} \int_0^L \mu(a, t) \cot \frac{\pi}{L} \{z - Z^*(a, t) + 2hi\} \frac{\partial Z^*(a, t)}{\partial a} da \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial Z(a, t)}{\partial t} = \left\{ \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \right\}^* \quad \text{on } z = Z(a, t) \quad \dots (2)$$

$$\frac{\partial W(z, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \left\{ \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \right\}^* + \frac{p(z, t)}{\rho} + g \ln[z] = f(t), \quad p(z, t) = 0 \quad \text{on } z = Z(a, t) \quad \dots (3)$$

ここで、 z :複素平面座標、 t :時間、 a :水表面でのLagrange変数、 g :重力加速度、 ρ :は流体の密度、 L :波長、 h :水深、 H :波高、 W :複素速度ポテンシャル、 Z :水表面の座標、 μ :渦の循環を水表面に沿って積分した量、 p :圧力である。また、 f は μ の平均値が変化しないように決める。

式(2)、(3)から導かれる発展方程式の数値計算には4次のRunge-Kutta法を用いる。数値積分には台形公式を用い、積分に現れる特異点を含む区間では3次のspline関数を用いて近似している。特異点を取り扱う数値計算では、計算結果に対して数値誤差が大きな影響を与える。数値誤差の影響はおもに高波数領域へ現れるので、ここでは波運動の現れる低波数領域はそのまま、数値誤差の影響が現れる高波数領域を減衰させるように平滑化す

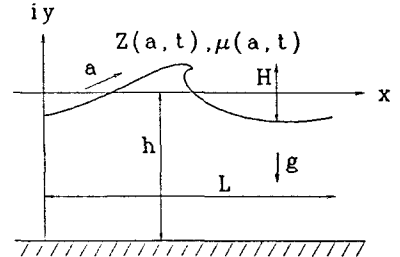


図-1 座標系

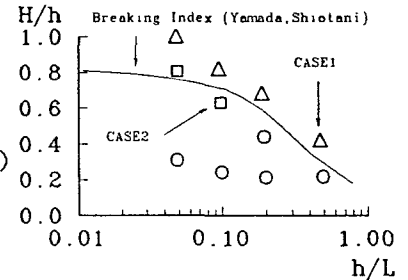
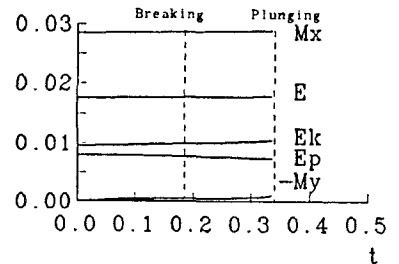
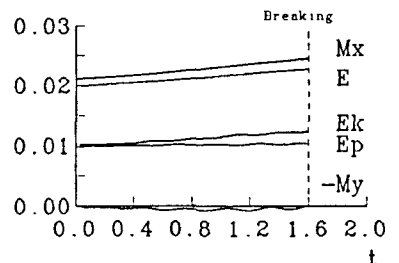


図-2 碎波波高



(a) CASE1



(b) CASE2

図-3 運動量・エネルギー

る。ただし、この手法を用いる場合、波運動の低波数領域と数値誤差の影響する高波数領域を分離するために計算点を十分多くする必要がある。

数値計算の初期条件には微小振幅波の解を用いる。

$$Z(a,0)=a+\frac{H}{2}\{-\coth(\frac{2\pi h}{L})\sin(\frac{2\pi a}{L})+i\cos(\frac{2\pi a}{L})\}, \mu(a,0)=\frac{H}{2\sqrt{2\pi}}\{\sqrt{\tanh(\frac{2\pi h}{L})}+\sqrt{\coth(\frac{2\pi h}{L})}\}\sin(\frac{2\pi a}{L}) \quad \cdots (4)$$

$L=1.0\text{m}$ とし h と H を変えて11例の数値計算を行った。格子間隔はすべて $\Delta t=1/128\text{s}$ 、 $\Delta a=L/128\text{m}$ である。

3. 計算結果

波高の最大値と碎波形態を図-2に示す。非碎波を○、崩れ碎波を□、巻き碎波を△で表している。初期条件として与えた微小振幅波はエネルギーが様に分布しているが、非線形波では山の部分にエネルギーが集中するため波高増幅が起こる。相対水深が小さいほどこの傾向が大きい。波高が碎波限界を越えると碎波するが、それは碎波指標とよく一致している。

CASE1とCASE2の $\rho\sqrt{gh^3}$ 、 ρgh^2 で無次元化した運動量、エネルギーの経時変化を図-3に示す。全エネルギーが一定値をとっていることから数値計算は妥当なものといえる。崩れ碎波では運動エネルギーと位置エネルギーとの比率はほとんど変化しない。巻き碎波では碎波点を越えると位置エネルギーが減少し、運動エネルギーが増加する。これと同時に鉛直下向きの運動量が発生することから、碎波の突出部が重力によって落下し、位置エネルギーが運動エネルギーに変化するものと考えられる。

CASE1の波形、流速分布、圧力分布、加速度分布を図-4に示す。流速は碎波点において鉛直に切り立った部分で波速を越える。その後、流速が波速より大きい部分は波の突出部である。加速度は碎波前から波の前面で重力加速度を越え、その後も波の前面から突出部において重力加速度より大きい。波の突出部では加速度はほとんど重力加速度に等しく、自由落下をしていると考えられる。

4. おわりに

渦糸子法を用いた数値計算によって水平床上での碎波を再現した。巻き碎波では碎波点を過ぎると、位置エネルギーが運動エネルギーに変換される。これは、波の突出部が自由落下をするためと考えられる。

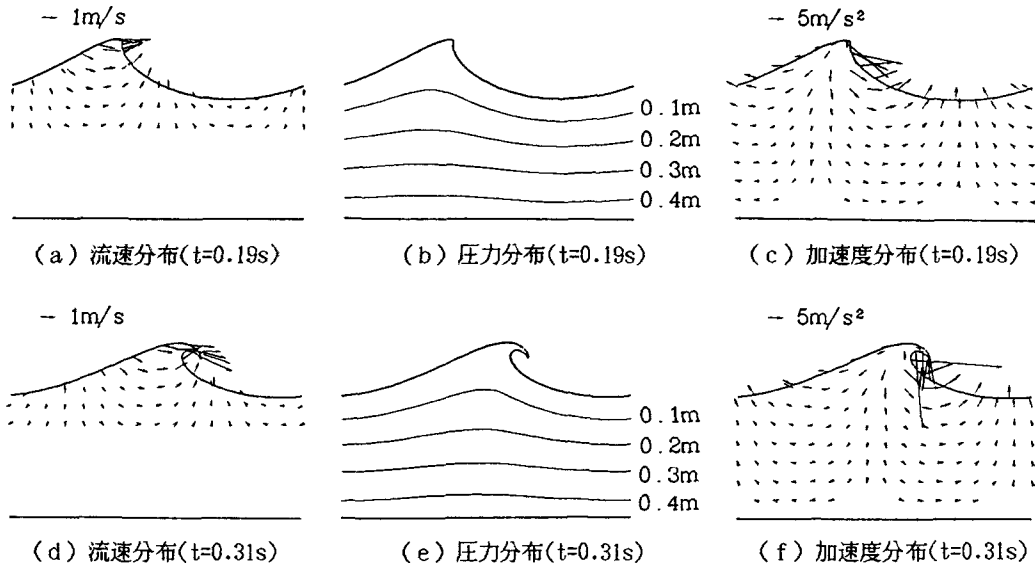


図-4 流速・圧力・加速度分布 (CASE 1)