

II - 3 2 分散性を考慮した二次元長波の数値計算と実験との比較

東北大学大学院 学生員 ○富澤 大
東北大学大学院 学生員 今村文彦
東北大学工学部 正 員 首藤伸夫

1. はじめに

現在、津波などの長波を扱う数値計算の基礎式としては、非線形効果の小さい場合には線形長波理論を、この効果が無視できない場合には移流項をも含めた浅水理論を用いている。さらに、波形の曲率が大きく、分散効果が作用する場合には非線形分散波理論を適用する必要がある。しかし、これまでに行われた分散波に関する数値計算は、そのほとんどが一次元計算であり、二次元での計算例はほとんど無い。そこで本研究では、分散性の効果を含んでいるBoussinesqの式を支配方程式として二次元数値計算を試みた。さらに、計算と実験との比較も行い、今回の計算の妥当性を評価した。

2. 計算法

摩擦を考慮したBoussinesqの式をクランクニコルソン法を用いて差分化した。計算対象とする地形は水深が場所的に変化するものであるが、ここでは初めての計算であるため、水深変化による分散項は計算に取り入れなかった。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0$$

η : 水位 M : X 方向線流量 N : Y 方向線流量

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MM}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial M}{\partial t} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} \frac{M}{h} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial N}{\partial t} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t \partial x \partial y} \frac{N}{h} - \frac{g \Gamma^2 M \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{7/3}}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{NM}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{NN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial N}{\partial t} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t \partial y^2} \frac{N}{h} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial M}{\partial t} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t \partial x \partial y} \frac{M}{h} - \frac{g \Gamma^2 N \sqrt{M^2 + N^2}}{D^{7/3}}$$

初期条件は全領域にわたって波動なしとする。入射波を計算領域の左端に与え、そこでの反射波及び領域右端での通過波は自由透過させる境界条件とした。入射波としては、孤立波及び実験データそのものの2種類とした。計算格子間隔は、空間方向に50cm、時間方向に0.05secである。計算例として、まず、数値計算の精度を確かめるために、一次元伝播性の孤立波を入射波とし、その結果と実験値を比較する。次に、やや複雑な海底地形を持つ2次元伝播計算が可能かどうか確かめる。最後に大型水槽実験（縦45m、横15m）との比較を行う。実験水路は、伝播距離で25.5mまでは水深50cmの水平床、27.5mから45mまでは水深30cmの水平床となっており、25.5mから27.5mの間は1/20勾配の斜面となっている。

3. 計算結果及び実験との比較

図-1は、一次元伝播計算による孤立波の空間波形を描いたものである。縦軸は波高水深比を、横軸は伝播方向の格子数をとっている。孤立波は、斜面を登ったところから変形し始め、主峰の後方に分裂波の発達が見られる。図-2は、Street¹⁾の実験結果と比較したものである。図-2(B)において、主峰近くでは実験値が小さく、背後では実験値の方が分散性が効いているようであるが、ほぼ満足できる計算結果で

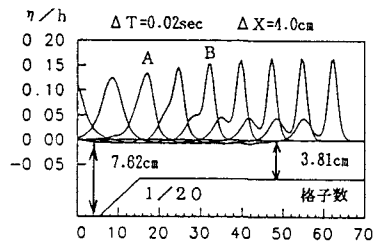


図-1 孤立波の空間波形

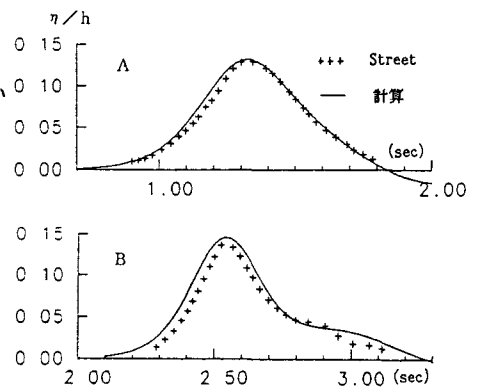
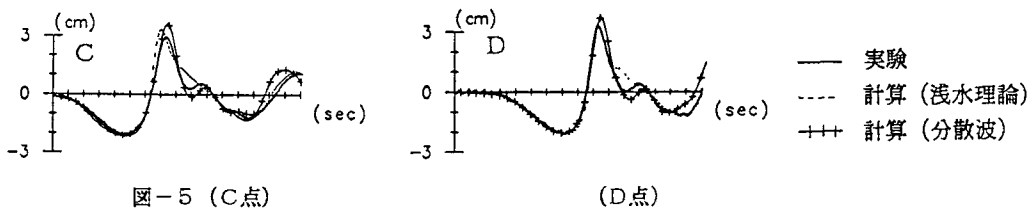
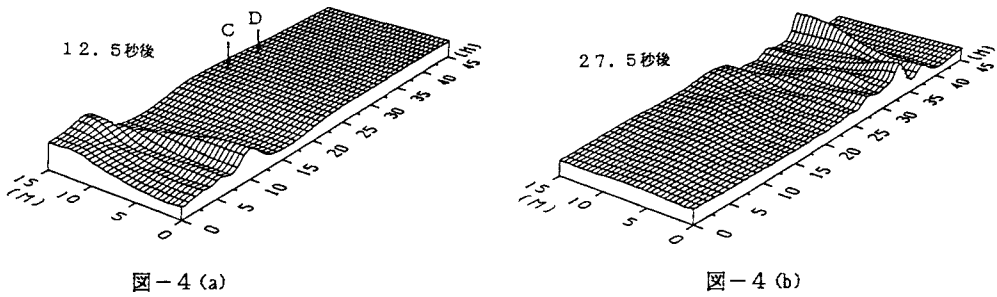
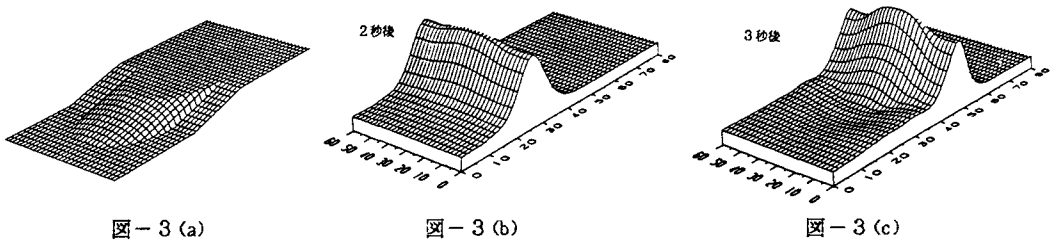


図-2 実験結果との比較

あると考えられる。次に、海底地形を図-3(a)のように二次元性の強いものにして、今と同様の孤立波を初期波形とした計算を行った。図-3(b)は孤立波が斜面を登った直後の波形、図-3(c)はその後水平床上を伝播したものである。波の中央部分は両端よりも斜面の開始が早いので、波高増幅も大きく分裂に至っている。このように、複雑な海底地形上を伝播する波も安定に計算を実施することが出来た。次に大型水槽実験との比較である。図-4(a)、(b)は実験データを境界条件として入力した計算結果である。図中で手前より奥の方向へと伝播してゆく波は、伝播初期よりかなりの分散性を有しているとみられ、斜面を通過してからは、波の主峰が激しく分裂している様子がうかがえる。図-5は、図-4(a)中の矢印で示してある2地点(斜面の通過直前及び、通過直後)での時間波形の比較である。浅水理論による計算結果は波形の前傾化が大きく、波の谷は平になっており、波後方の分裂も生じていない。一方、分散波理論による結果は、斜面を通過してからの波高増加、主峰後方の分裂波ともよく表されている。



4. おわりに

本研究では非線形分散波理論を用いた二次元における数値計算を試みた。その結果、2次元での分散波理論の計算を安定して行うことは可能であり、実験値とも比較的良好な一致が確かめられた。いまだ浅水理論では再現することが難しかった現象、例えば、分散性の効いた波形も、計算が出来ることとなった。今後は、今回省略された分散項を完全な形で計算を行い、この計算結果の精度を詳細に検討する予定である。

参考文献

1) Madsen, O. S. and C. C. Mei (1969): The transformation of a solitary wave over an even bottom
J. F. M., vol. 39, part 4, pp 781-791