

Ⅱ－3 1 屈折・回折現象のFEM解析における誤差の評価

東北大学工学部 学生員 ○ 田口 康典
 東北大学工学部 正 員 真野 明
 東北大学工学部 正 員 沢本 正樹

1. はじめに

波の屈折・回折現象を表わすBerkhoffの緩勾配方程式¹⁾は、自然海岸や人工構造物の複雑な形状を考慮に入れて数値計算できるので、FEMや差分法などを用いた解析も数多く行われているが、その誤差を知ること、実際の海岸・港湾での波高を精度良く再現する場合に是非とも必要である。本報告では、回折波の理論解²⁾とFEMによる解析解とを比較することにより、FEM解析の回折現象における誤差を評価する。

2. 基礎理論

Berkhoff の緩勾配方程式は次式である。

$$\nabla(C C_0 \nabla \phi) + \frac{C_0 \omega^2}{C} \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 C は波速、 C_0 は群速度、 ω は角周波数であり、 ϕ は速度ポテンシャル ϕ を

$$\phi(x, y; t) = \phi(x, y) \exp(i \omega t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

の形で、時間 t について変数分離したものである。また、式(1)の境界条件は次式である。

$$-\frac{\partial \phi}{\partial \nu} + \frac{i \omega \alpha}{C} \phi = 2 \frac{i \omega \alpha}{C} \phi^i \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ν は境界外向きの単位法線ベクトル、 i は虚数単位、 ϕ^i は入射波振幅で、波が入射しない境界ではこの項は0になる。また α は境界における波の透過率で、完全透過では $\alpha=1$ 、完全反射では $\alpha=0$ である。これは $\alpha=0$ の場合、または境界への入射が直角の場合に正しい関係を与える。

3. モデルおよび結果

正方形の解析領域 ABCDE (図1) を要素総数5000、節点総数2601の有限要素三角形に分割し、基本的な精度を得るために有限要素三角形の一辺の長さ l と波長 λ との比 r が0.1以下となる条件³⁾で、以下の解析を行なう。

基本モデル(図2)では、解析領域に $\phi^i=1$ 、周期9秒の平面波を防波堤開口部に相当する境界ABより直角入射して回折させる。境界の透過率は、境界AB、CD、DEは $\alpha=1$ の完全透過、境界EAおよび防波堤に相当する境界BCは $\alpha=0$ の完全反射とし、水深

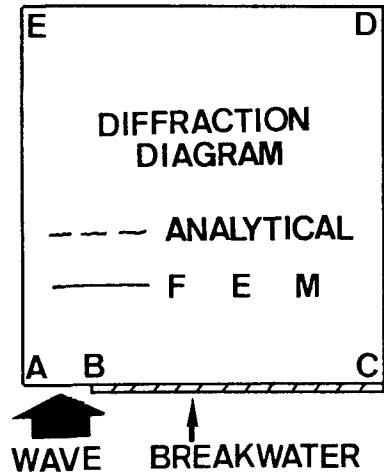


図1 解析領域

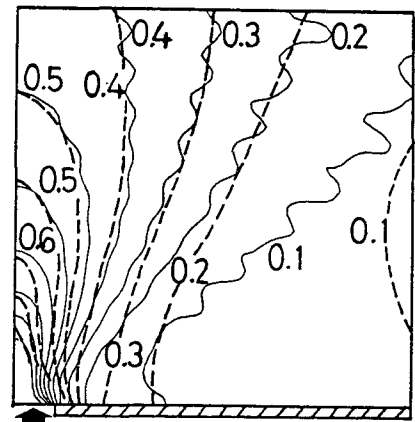


図2 等波高線 (B/L=1.0)

は全領域で一定(5m)とする。境界ABは、防波堤開口部の幅と波長との比(B/L)が1.0となる大きさとする。また、境界ABの大きさが $B/L=0.6, 1.4, 1.8$ とするモデル(図3-図5)についても計算する。なお回折の理論解は、半無限防波堤での回折波を重ねて近似することで計算を行なう。

まず、 $B/L=1.0$ の基本モデル(図2)を考察する。防波堤開口部前面の境界EA付近の領域は、理論解とほぼ一致する。防波堤本体である境界BCの近傍は、開口部から生じた散乱波の影響を受けており、理論解との誤差が出ている。境界DE、EAでは透過が不完全であり、反射波がこの境界付近の回折波に影響を与えているので理論解との誤差を生じ、かつ等波高線が波状に歪んだ形になっていると推定される。特に、波高が小さくなるにつれ理論解との差が顕著である。

次に、 $B/L=0.6$ のモデル(図3)では、開口部前面ばかりでなく領域全体が理論解とほぼ一致している。ただ、境界DEからの反射波の影響は残っている。

$B/L=1.4, 1.8$ のモデル(図4, 図5)は、どちらも波高が小さくなった領域に誤差が現われている。

その他に、入射角によって誤差が生じる境界DE、EAでは、解析解による等波高線が境界と直交する場合には誤差は小さくなることや、 B/L が大きくなるにつれて誤差も大きくなることなどが挙げられる。

4. おわりに

本報告により、回折現象のFEM解析における誤差を生じる領域およびその大きさが明らかになった。屈折現象を理論解と比較してその誤差を評価することは、今後の課題である。

《参考文献》

- 1) J.C.W. Berkhoff: Computation of combined refraction-diffraction, Proc.13th Coastal Eng.Conf., ASCE, pp.470~490, 1972.
- 2) 森平倫生・奥山育英: 海の波の回折計算法と回折図, 港湾技術研究所資料, 運輸省, No.21, pp.25~31, 1966.
- 3) 田口康典・真野明・沢本正樹: 屈折・回折現象の有限要素法解析, 第43回年次学術講演会講演概要集-Ⅱ, 土木学会, pp.720~721, 1988.

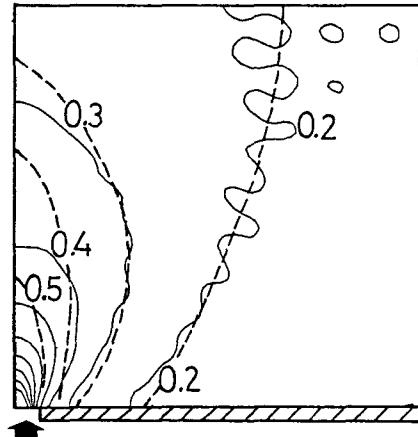


図3 等波高線 ($B/L=0.6$)

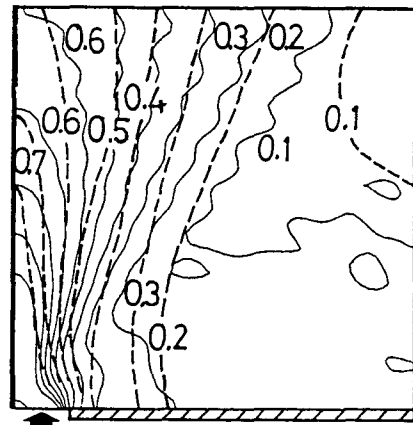


図4 等波高線 ($B/L=1.4$)

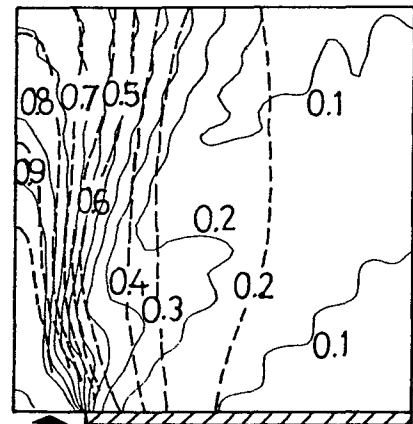


図5 等波高線 ($B/L=1.8$)