

II-10 有限要素法による河口砂州付近の流れの解析

東北大学大学院 学生員 ○矢沢成尚

東北大学工学部 正 員 真野 明

東北大学工学部 正 員 沢本正樹

1. はじめに

河口付近の水位や流量は、河川計画などにおいて重要であるが、その流れは河川流、海浜流、波などの影響を受け、非常に複雑である。また河口砂州も河口付近の流れに大きな影響を及ぼす。そこで、河口砂州付近の水位などを数値計算により予測することは工学的に重要である。本研究では、河口部を単純にモデル化した模型を用いて実験を行ない、計算値との比較を行なった。計算は有限要素法で行なったが、通常のGalerkin法で移流項が支配的な流れを解析すると、解の不安定性が問題となる。この問題を解決するために、Taylor-Galerkin法^{1), 2)}を用いて計算を行なった。

2. 実験

実験水槽を、図-1、図-2に示す。河床は水平、海底勾配は1/30、河道幅は50cm、流量は1600cm³/sとした。砂州は右岸から河道に直角に突き出た砂州とし、河口に長方形の箱をとりつけたものである。この箱の大きさを変えることにより、河口の開口幅を変えることができる。実験は、開口幅を変えて3通り行なった。砂州がない場合をCASE 1、開口幅が20cm、10cmの場合を各々CASE 2、CASE 3とし、各ケースとも水深と流速を測定した。測定範囲は河口から上流側に100cm、下流側に60cmの範囲で、水深はポイントゲージ、流速は5mmのプロベラ流速計で測定し二点法により平均流速を求めた。

3. 支配方程式

支配方程式は、浅水方程式を用い、水表面での摩擦を無視すると次式のようになる。

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\frac{q_1^2}{H} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[\frac{q_1 q_2}{H} \right] + f \frac{\sqrt{q_1^2 + q_2^2}}{H^2} q_1 + g H \frac{\partial (H-h)}{\partial x_1} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\frac{q_1 q_2}{H} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[\frac{q_2^2}{H} \right] + f \frac{\sqrt{q_1^2 + q_2^2}}{H^2} q_2 + g H \frac{\partial (H-h)}{\partial x_2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{\partial q_2}{\partial x_2} = 0 \quad (3)$$

ここで、 q_1, q_2 は x_1, x_2 方向の単位幅流量、 H は全水深、 f は摩擦係数である。(1),(2),(3)をTaylor-Galerkin法によって定式化した。境界条件は、上流で流量を、下流で水深を与えた。計算格子は、三角形の1次要素で、CASE 1が170要素、107節点、CASE 2、CASE 3が490要素、286節点である。

4. 実験値と計算値の比較

図-3、4、5は縦軸に水位、横軸に河口からの距離をとり、各ケースの水位の実験値と計算値を表わしている。各ケースとも、実験値と計算値がよく合っていて、特に砂州によるせき上げ水位はよく再現されている。図-6、7、8は開口部中央を通る断面での流速の変化を表わしている。全体的に計算値はよ

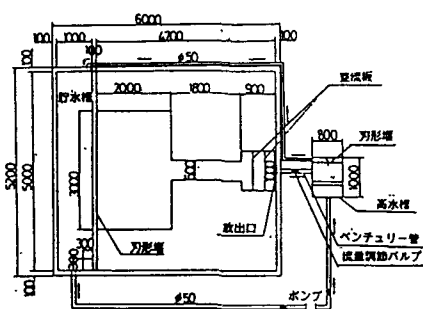


図-1 実験水槽（平面図）（単位mm）

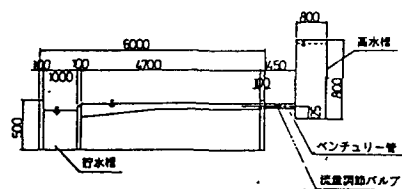


図-2 実験水槽（立面図）（単位mm）

く実験値を再現していると言えよう。しかし、詳細に見るとCASE 1の河口上流側、CASE 2の沖側、CASE 3の開口部で差が現れている。これらはそれぞれ、側壁の摩擦、沖側の噴流、急縮部の剥離を表現する水平せん断力が式(1),(2)に含まれていないことが影響している。さらに、開口部では計算による横断方向の流量の誤差が増加しており、複雑な流況に対応してさらに要素を小さくする必要がある。

6. おわりに

流速と水位の計算値と実験値を比較した結果、水位はよく一致しているが流速は一致しないところがある。流速については、支配方程式に水平方向の渦動粘性を入れるともっとよい結果が得られると考えられる。また、計算の精度を上げるために計算格子の再検討も必要である。

【参考文献】1) J. Donea: A Taylor-Galerkin Method for Convective Transport Problems, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 20, 101-119, 1984.

2) R. Löner, K. Morgan and C. Zienkiewicz: The Solution of Non-Linear Hyperbolic Equation Systems by the Finite Element Method, International Journal for Numerical Method in Fluids, Vol. 4, 1043-1063, 1984.

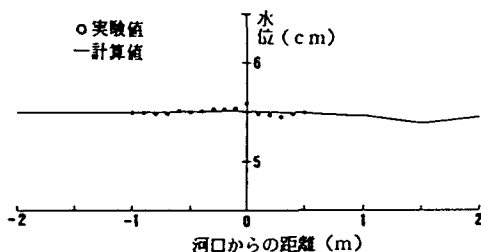


図-3 CASE 1の水位

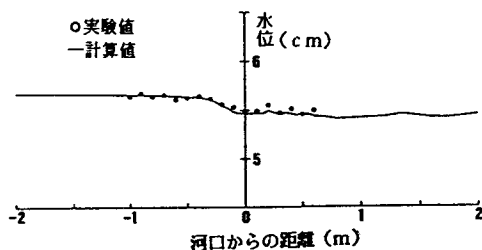


図-4 CASE 2の水位

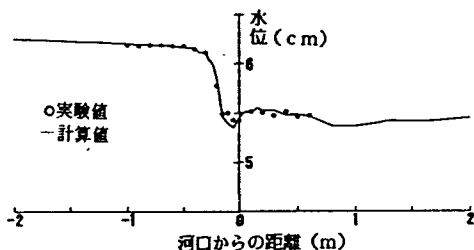


図-5 CASE 3の水位

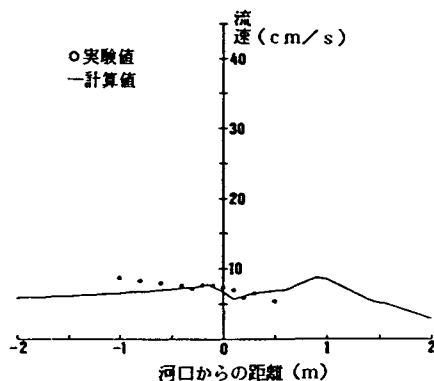


図-6 CASE 1の流速

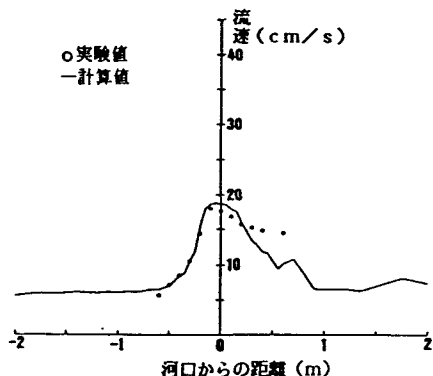


図-7 CASE 2の流速

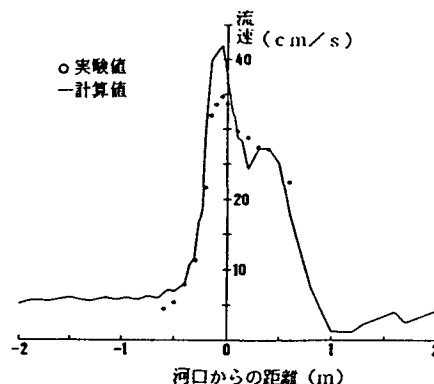


図-8 CASE 3の流速