

I - 25

曲げとせん断を受ける鋼桁パネルの連成挙動の解析的解法

東北大学工学部 ○正 員 中沢 正利
 東北大学工学部 正 員 倉西 茂
 東北大学工学部 学生員 佐々木 健

1. まえかき 鋼桁を構成する腹板パネルが不等曲げとせん断の組合せ荷重を受ける場合について、線形座屈強度および後座屈挙動を解析的に明らかにした。一般に曲げとせん断の連成状態を論じる場合には、安全側の見地から等曲げモーメント状態が想定されている。しかし、現実に関り得る荷重状態では常に不等曲げとなるのは周知の事実であるので、この不等曲げとせん断の組合せ荷重状態での座屈強度を調べておく必要がある。また、これらの組合せ荷重下での座屈後の挙動に関する研究は皆無であり、不等曲げの程度および曲げとせん断の比率が変化する場合について明らかにしたので二、三の例を紹介する。

2. 解析的解法

Marguerreの板曲げに関するたわみ微分方程式をGalerkin法を用いて解析的に解いている²⁾。Fig.1 は不等曲げとせん断外力を受ける腹板パネルを示し、この場合に対する Airyの応力関数 F は、

$$F = \tau_0 xy - \frac{M_1}{b^3 h} (2y-3b)y^2 - \frac{M_2-M_1}{ab^3 h} (2y-3b)xy^2 + Eh^2 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \phi_{pq} \cos\left(-\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right)$$

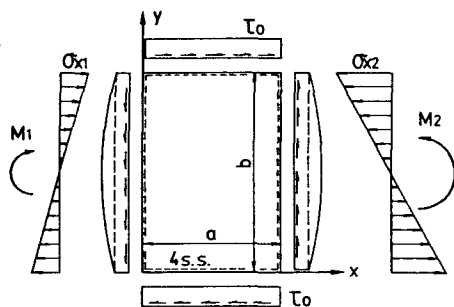


Fig.1 A panel subjected to combined unequal bending and shear forces.

と表わされ、ここで E はヤング率、 h は一様腹板厚、 ϕ_{pq} は次に述べる a_{mn} 、 b_{mn} の二次関数である。初期たわみ w_0 と付加たわみ w は四辺単純支持条件を仮定して

$$w_0 = h \sum_m \sum_n a_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad w = h \sum_i \sum_j b_{ij} \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right)$$

の形に展開し、 m, n は二方向の半波数、 a_{mn} は既知、 b_{mn} は未知重み係数である。釣合方程式にGalerkin法を適用すると、基礎方程式は

$$\int_0^a \int_0^b \left\{ \nabla^4 w - \frac{h}{D} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (w+w_0) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (w+w_0) - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (w+w_0) \right] \right\} \sin\left(-\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(-\frac{s\pi y}{b}\right) = 0$$

となり、 b_{mn} に関する多元3次連立代数方程式に帰着するため、Newton-Raphson法により解を求めている。

3. 不等曲げとせん断の連成座屈強度特性

Fig.2 は縦横比 $\alpha=0.75$ の場合の連成座屈強度曲線を表わし、縦横軸とも作用外力を単独荷重下での座屈強度で無次元化し、特に曲げについてはモーメントの値の大きい M_2 で整理している。不等曲げの程度は $\gamma = (M_1/M_2)$ で与えられ、せん断と曲げの比率は $\varepsilon = (b^2 h \tau_0 / M_2)$ で表わされる。せん断外力の小さい領域では不等曲げになるほど連成座屈強度は等曲げに比較して有利となる。一方、せん断外力の支配的な領域では不等曲げが顕著になると連成強度の低下がみられる。連成強度曲線は等曲げの円弧状から不等曲げの程度が増すにつれて直線状へと移行する。Fig.2 の $\gamma=0.6$ の場合で、曲げとせん断の比率が変化する3点 A ($\varepsilon=0.8$)、B ($\varepsilon=2.5$)、C ($\varepsilon=6.0$) での座屈モードはいずれも対角線方向のせん断断面に支配されるが、特に大きな相違は見られない。

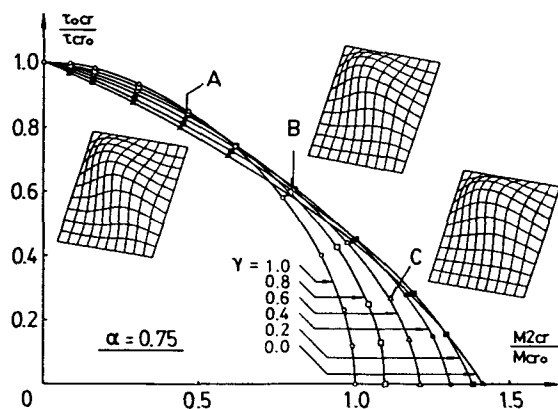


Fig.2 Interactive buckling strength diagram.

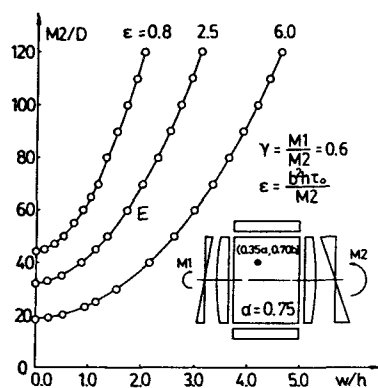


Fig.3 Load-deflection curves after buckled.

4. 組合せ荷重を受けるパネルの後座屈挙動

Fig.2 の A, B, C 点に対応する座屈点以降の荷重-面外変位曲線をパネルの (0.35a, 0.70b) 位置について Fig.3 に示す。面外たわみは座屈した後急速に大きくなり、その後 3 ケースとも類似の曲線を呈する。また Fig.3 の E 点での面外たわみ形状を Fig.4 に示し、その時の各種応力分布を Fig.5 に示す。E 点では曲げとせん断の比率がほぼ等しいが、面外たわみ形状はやはりせん断波状となり、曲げ圧縮力の大きな ($x=a, y=b$) 点近傍隅角部に曲げの影響が見受けられる。直応力 σ_x の分布は座屈後の応力再分配により三角形直線分布と異なってくるが、圧縮辺 ($y=b$) ではその両端で応力の大きさにあまり差が見られず、不等曲げの効果は引張り辺 ($y=0$) よりも出ていない。せん断応力 τ_{xy} は上下辺で一様分布、左右辺では一様分布に加えて不等曲げに起因してふくらむ放物線分布となり、一般構造力学の教える特性を忠実に再現している。

5. まとめ 従来の純曲げと純せん断の単なる重ね合わせによるモデル化と異なり、より現実に即して不等曲げ状態を考慮し、不等曲げとせん断の組合せ荷重を受ける場合の Airy 関数をあらたに求めた。Marguerre の大たわみ微分方程式を Galerkin 法を用いて解析的に解き、連成座屈強度特性および後座屈挙動を弾性域の範囲内で明らかにした。FEM 等による弾塑性有限変位解析が主流の今日でも、比較的容易に計算可能で精度の良い解析的解法の長所を再確認できた。

6. 参考文献

- 1) Way, S.: Stability of rectangular plates under shear and bending forces, Journal of Applied Mechanics, Vol.3, No.4, pp.A131-A135, 1936.
- 2) Yamaki, N.: Postbuckling behavior of rectangular plates with small initial curvature loaded in edge compression, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, Vol.26, pp.407-414, 1959.

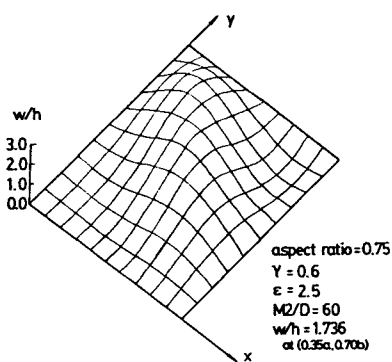


Fig.4 Out-of-plane deformation.

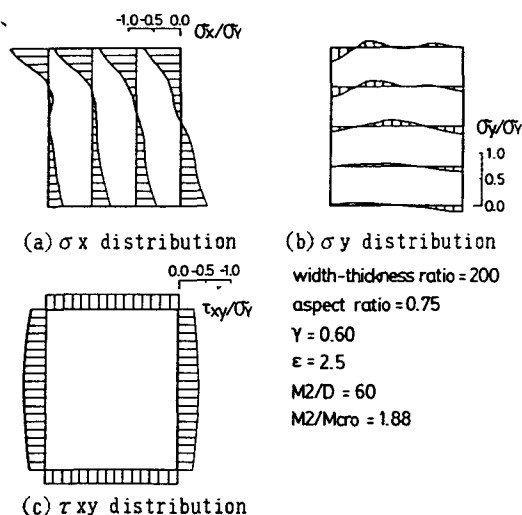


Fig.5 Stress distributions.