

I - 21

曲げと軸力を受けるひずみ軟化部材の相互作用曲線

秋田大学 学生員 ○亀井 義典

秋田大学 正 員 長谷部 薫

秋田大学 正 員 薄木 征三

1. はじめに

木製梁の曲げ強度に対する研究において、その破壊は引張縁の脆性破壊で定められる例が多い。事実、梁の破壊形態を引張破壊のみで定義した理論であっても、曲げモーメントのみが作用する梁や、ひずみ軟化を考慮しない考えでは、塑性域や中立軸位置は、梁の塑性段階において連続性が保たれ、矛盾なくその応力状態が評価される。しかし、実際には、仮定された応力-ひずみ関係が完全弾塑性型であっても、梁に働く断面力において軸圧縮力が支配的であるなら、その破壊形態も梁圧縮縁での破壊に依存するはずである。本報告は、木材特有のひずみ軟化現象を考慮したうえ、従来、降伏応力によって定められる事が多い圧縮縁での破壊をひずみによって制限し、引張から圧縮への破壊形態の推移を述べると共に、軸力と曲げに対する破壊相関曲線から、その破壊法則に対して理論的考察を試みたものである。

2. 解析理論

本報告において仮定される、塑性状態での応力分布及びひずみ分布を図-1、応力-ひずみ曲線を図-2に示す。但し、座標原点は断面の中心に位置する。これらの図に対する幾何学的考察より、弾性域及び塑性域での直応力 σ_e 、 σ_p は次式のようになる。

$$\sigma_e = \frac{\sigma_c}{\eta - c} (y - \eta) \quad (1)$$

$$\sigma_p = E_s \cdot \varepsilon_p \left\{ \frac{1}{\eta - c} (y - \eta) + 1 \right\} - \sigma_c \quad (2)$$

ここに、 η 、 c は断面図心からの中立軸位置および塑性域深さを表す。また、 σ_c 、 ε_p は梁圧縮縁での降伏応力及び降伏ひずみである。上式において梁断面を深さ $2h$ 、幅 t の矩形断面に仮定すると、全断面力 H 、 N は、各断面力が単独に作用する時の降伏条件、 $H_v = 2\sigma_c \cdot h^2 \cdot t/3$ 、 $N_v = -2\sigma_c \cdot h \cdot t$ を適用して、

$$\frac{N}{N_v} = \frac{(1 - m)(1 + c/h)^2 - 4 \cdot \eta/h}{4(c/h - \eta/h)} \quad (3)$$

$$\frac{H}{H_v} = \frac{m(1 + c/h)^2(2 - c/h) + (1 - c/h)^2(2 + c/h)}{4(\eta/h - c/h)} \quad (4)$$

ここに、 $m = E_s/E$ である。式(3)、(4)より η を消去すると、塑性状態における軸力と曲げの相互関係式が定まる。

$$\{(c/h - 1)^2 - m(c/h + 1)^2\} \bar{H} + \{(c/h - 1)^2(c/h + 2) - m(c/h + 1)^2(c/h - 2)\} (\bar{N} - 1) = 0 \quad (5)$$

ここに、 $\bar{H} = H/H_v$ 、 $\bar{N} = N/N_v$ である。上式の c/h において破壊に関する制限が与えられた場合、式(5)は軸力と曲げの破壊相関曲線となる。一方、式(3)を η について解くと、破壊に対する制限を含まない η - c 関係が得られる。

$$\frac{\eta}{h} = \frac{(1 - m)(1 + c/h)^2 - 4 \cdot \bar{N} \cdot (c/h)}{4(1 - \bar{N})} \quad (6)$$

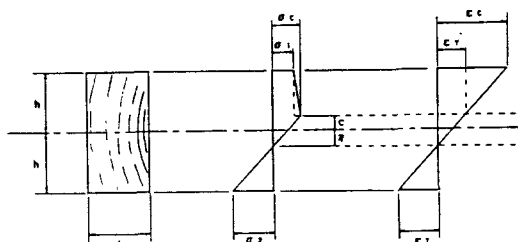


図-1 応力分布およびひずみ分布

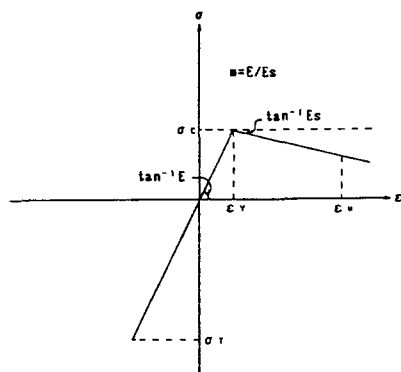


図-2 応力-ひずみ曲線

破壊の制限を含む η - c 関係は、引張破壊に対しては弾性域の応力分布、圧縮破壊に対しては塑性域の応力およびひずみ分布を用いて以下のように定まる。

$$\text{引張破壊} \quad \frac{\eta}{h} = \frac{1 + n_2 \cdot (c/h)}{1 + n_2} \quad (7) \quad \text{圧縮破壊} \quad \frac{\eta}{h} = - \frac{1 - n_3 \cdot (c/h)}{1 + n_3} \quad (8)$$

上式において、 $n_2 = \sigma_T / \sigma_c$ 、 $n_3 = \varepsilon_u / \varepsilon_c$ であり、 σ_T, ε_u は各々、引張縁での終局応力および圧縮縁での終局ひずみを表す。式(6)、式(7)を c/h について解き、その関係を式(5)に代入すると引張破壊に対する破壊相関曲線が得られる。また同様の手順を式(6)、式(8)に適用すると圧縮破壊に対する破壊相関曲線が得られる。ところで、相関曲線における破壊形態の移行を、中立軸位置 η または塑性域深さ c の連続性をもって評価する場合、その破壊形態推移点での η, c は、式(7)、(8)より次式となる。

$$\frac{c}{h} = \frac{(1 + n_3) + (1 + n_2)}{(1 + n_3) + (1 + n_2)} \quad , \quad \frac{\eta}{h} = \frac{n_3 + n_2}{n_3 - n_2} \quad (9)$$

また、式(3)、(4)を $\kappa = h \cdot N/M$ の関係に適用すると、断面力比 κ が、応力状態を示唆する $c/h, \eta/h$ を用いて表される。

$$\kappa = \frac{3 \{ (1 - m)(1 + c/h)^2 - 4 \cdot \eta/h \}}{m(1 + c/h)^2(2 - c/h) + (1 - c/h)^2(2 + c/h)} \quad (10)$$

式(10)に式(9)を代入すると、任意の破壊条件 n_2, n_3 に対応した破壊形態推移点での断面力比 κ が得られる。

3. 数値解析例

上記の理論より得られる、破壊相関曲線の一例を、図-3に示す。これらは引張破壊に対する制限 n_2 を助変数とし、 $n_3 = -3.0$ の仮定の基に得られる破壊相関曲線である。実線は $m = -0.06$ の曲線を表し、破線、一点鎖線は完全弾塑性の仮定の基に得られる相関曲線である。但し、破線においては、その破壊形態を引張破壊のみに限定した。また、実線においては、式(10)より得られる破壊形態推移点での断面力比 κ も合わせて記した。 n_2 が相関曲線に及ぼす影響は、引張破壊を意味する曲線部分において、顕著となるのは当然であり、その影響は無視できない程に大きい事は図からも明らかである。しかし、これらの相関曲線において最も注目すべき現象は、引張破壊に関する制限 n_2 が破壊形態推移点に与える影響だと考える。則ち、 n_2 の値が増加するに伴い、その破壊形態移行時における κ の値が増加する。これは、軸力と曲げとでは曲げが、圧縮力と引張力とでは引張力が、破壊形態移行時において支配的になることを意味する。ひずみ軟化の影響は引張破壊に対しては殆ど認められず圧縮破壊において顕著となる。

則ち、ひずみ軟化程度の増加は、圧縮強度の低下を意味する。本報告では、圧縮破壊をひずみで制限した事にも起因し、全断面圧縮の応力状態であってもひずみ軟化の影響が伺われる。また、これらの相関曲線において、破線と一点鎖線で示された曲線の相違も見逃すことはできない。完全弾塑性型の応力-ひずみ関係の仮定は双方の曲線に当てはまる事実であるが、圧縮破壊をひずみで定義する事によって、その部材強度が低下している。このひずみによる制限は、与える事によって強度が増すことは無く、 n_3 の値をある程度大きく取ると、その圧縮破壊に対する相関曲線は引張破壊の曲線に近付く傾向がある。

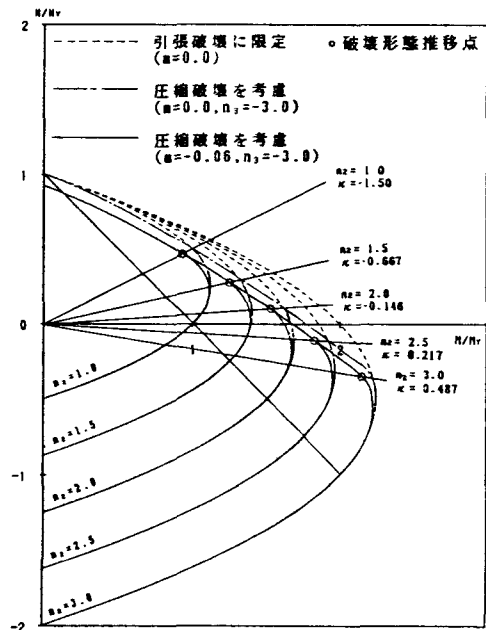


図-3 破壊相関曲線