

I - 20 ひずみ軟化はりの弾塑性状態における変位

秋田大学 正員 ○長谷部 薫
秋田大学 正員 薄木 征三

1. まえがき

ひずみが増加するとともに応力が減少するひずみ軟化挙動が、木材、コンクリート、岩石や土などの材料に見られることはよく知られている。たとえば針葉樹のスギの場合、圧縮試験による応力-ひずみ曲線において 0.4~0.6 % のひずみを越えたところからひずみ軟化挙動を示すことが報告されている¹⁾。Malhotra²⁾らはひずみ軟化を考慮した木材の終局曲げ強さを求めているが、弾塑性状態のはりの変位には触れていない。

本報告は、ひずみ軟化を考慮した応力-ひずみ関係をモデル化し、弾塑性状態における曲げとせん断による集成材桁の変位を求め、実験値との比較検討を行ったものである。

2. 曲げによる変位

曲げを受けるひずみ軟化集成材桁の応力-ひずみ関係を、スギ材の材料試験¹⁾の結果を基に図-1のように仮定する。ここで、比例限界までは応力分布は線形で、圧縮側と引張側におけるヤング係数Eは等しいと仮定する。また、破壊に至るまで曲げによる直ひずみは線形とする。図-2に長方形断面はりの弾塑性状態における応力とひずみ分布を示しているが、図の応力分布から弾性部の応力 σ_E とひずみ軟化部の応力 σ_P が次式で示される。

$$\sigma_E = \sigma_Y (x - \eta) / (\eta + c) \quad (1)$$

$$\sigma_P = n \sigma_Y (x - \eta) / (\eta + c) + (n - 1) \sigma_Y \quad (2)$$

ここで、 σ_Y =圧縮強度、 $c(z)$ =弾塑境界の位置、 $\eta(z)$ =断面重心から中立軸までの距離、 $n=E_P/E$ （図-1参照）である。

式(1)、(2)と断面力の定義式を用い、軸力=0、曲げモーメント $M(z)$ とすると η と c が次式で与えられる。

$$\eta = (1-n)(h-c)^2 / (4h) \quad (3)$$

$$2h\sigma_Y t(1-n)c^3 + 3M(1-n)c^2 - 6h\{\sigma_Y t h^2(1-n) - M(1+n)\}c - 4h^4 \sigma_Y t(1+n) + 3h^2(1-n)M = 0 \quad (4)$$

ここで、 $2h$ はりの高さ、 t はりの幅である。

上記のひずみの仮定より、弾塑性状態における断面内の任意点の直ひずみは、断面内の弾性部分の受け持つ軸力、曲げモーメントおよび弾性部分の断面定数で表される¹⁾。このひずみを用いて仮想仕事の原理を適用すると弾塑性状態における曲げによるはりの変位 δ が求められる。図-3の単純ばりに中央集中荷重Pが作用するときの荷重点の変位は

$$\delta_b = \frac{Pa^3}{6EI} + \frac{4h\sigma_Y}{E} \int_a^L \frac{z}{(h+c)^2 - n(h-c)^2} dz \quad (5)$$

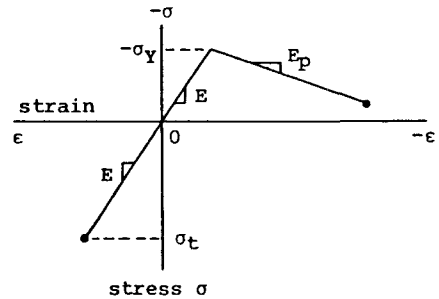


図-1 応力-ひずみ関係

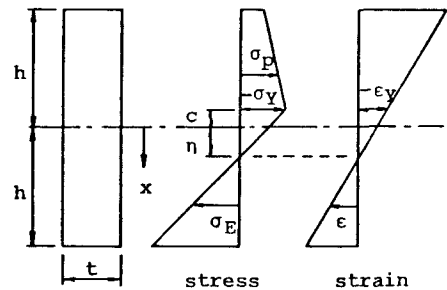


図-2 はりの応力とひずみ分布

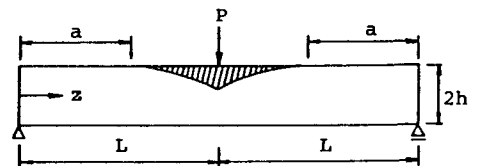


図-3 単純ばりの弾塑性境界

ここで I = 断面二次モーメント、 a は軸方向の弾塑境界域で、次式のように完全弾塑性¹⁾の場合と同じである。

$$a = 4h^2 t \sigma_Y / (3P) \quad (6)$$

3. せん断による変位

z 軸方向の力のつり合い式に式(1)、(2)を代入し積分を行い整理すると、弾塑性状態にある断面内のひずみ軟化部のせん断応力 τ_P と弾性部の τ_E が次式で与えられる。

$$\tau_P = -nA(x^2 - h^2)/2 - nB(x + h) \quad (7)$$

$$\tau_E = \tau_C - A(x^2 - c^2)/2 - B(x + c) \quad (8)$$

ここで

$$A = \frac{8h\sigma_Y\{(h+c) + n(h-c)\}}{\{(h+c)^2 - n(h-c)^2\}^2} \frac{dc}{dz} \quad (9)$$

$$B = \frac{4h\sigma_Y(1-n)(h^2 - c^2)}{\{(h+c)^2 - n(h-c)^2\}^2} \frac{dc}{dz} \quad (10)$$

τ_C は弾塑境界におけるせん断応力で、式(7)で $x = -c$ より得られる。

ひずみ軟化部においてせん断応力とせん断ひずみ γ の関係を $\tau = G\gamma$ とし、前節と同様に仮想仕事の原理を用いると、図-3の載荷点のせん断による変位 δ_s は

$$\begin{aligned} \delta_s = & \frac{\kappa Pa}{2GF} + \int_a^L \left\{ \frac{n t A}{4GI} \left(\frac{8}{15} h^5 - h^4 c + \frac{2}{3} h^2 c^3 - \frac{c^5}{5} \right) \right. \\ & + \frac{n t B}{2GI} \left(-\frac{5}{12} h^4 + h^3 c - \frac{h^2 c^2}{2} - \frac{h c^3}{3} + \frac{c^4}{4} \right) \\ & + \frac{\tau_C t}{2GI} \left(\frac{2}{3} h^3 + h^2 c - \frac{c^3}{3} \right) \\ & - \frac{t A}{4GI} \left(\frac{2}{15} h^5 - \frac{2}{3} h^3 c^2 - \frac{2}{3} h^2 c^3 + \frac{2}{15} c^5 \right) \\ & \left. - \frac{t B}{2GI} \left(\frac{h^4}{4} + \frac{2}{3} h^3 c + \frac{h^2 c^2}{2} - \frac{c^4}{12} \right) \right\} dz \quad (11) \end{aligned}$$

ここで、 F = 断面積、 $\kappa = 1.2$ (長方形断面) である。

4. 数値計算例

図-4は、秋田杉を用いた集成材の単純ばりに中央集中荷重が載荷したときの、載荷点における荷重と変位の関係を示している。図中の黒丸は実験値で、載荷点付近の引張側での曲げ破壊であった。弾性域における実験値を用い、曲げとせん断による変位の式から $E/G = 20$ と仮定して E と G を決定した。また、圧縮強度は実験値より推定した。ひずみ軟化の程度を表すパラメーター n は、秋田杉の場合材料試験¹⁾によると $-0.12 \leq n \leq 0$ の範囲にあり、ここでは $n = -0.09$ を用いて計算を行った。実線はひずみ軟化を考慮した曲げとせん断による変位で、破線は完全弾塑性 ($n = 0$) の場合である。式(11)から得られるせん断による変位を一点鎖線で示しているが、塑性化が進行すると変位に及ぼすせん断の影響は小さくなっている。

図-5は載荷点付近の断面内の直応力とせん断応力分布を示しているが、ひずみ軟化を考慮すると引張強度が増加するのが見られる。

<参考文献>

- 1) 薄木・堀江・亀井：集成材高欄支柱の弾塑性状態における変位，構造工学論文集，vol.35A，1989
- 2) Malhotra and Bazan：Ultimate Bending Strength Theory for Timber Beams，Wood Sci. 13(1)，1980

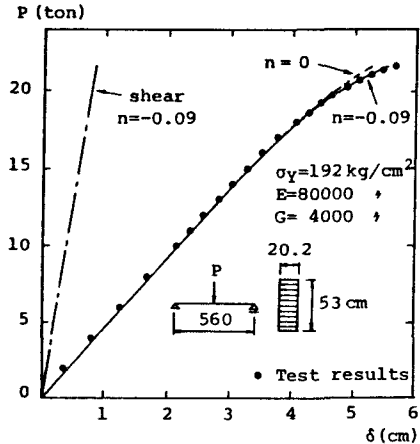


図-4 荷重-変位曲線

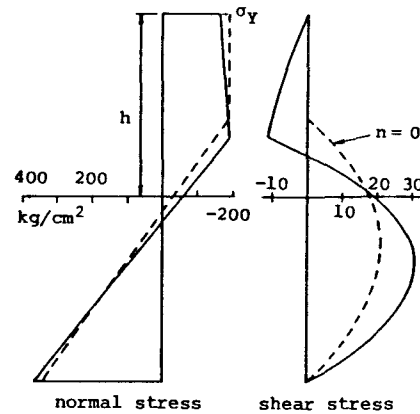


図-5 直応力とせん断応力分布