

I - 19 ひずみ硬化チャンネル断面はりのひずみとたわみ

秋田大学 ○ 学生員 石田 静
正 員 薄木 征三

1. はじめに

梁理論を用いて弾塑性状態のたわみを求める場合、曲げモーメント-曲率（ $M-\phi$ ）関係を直線で近似してから解く方法が一般に行われている。これらの解析で対象になるのは、ほとんどが二軸対称断面である。一軸対称断面梁では、さらに複雑になるので、有限要素法を用いて解かれていることが多い。本論文ではチャンネル断面単純梁を解析の対象にし、全ひずみ理論から断面力-変位関係を導き、仮想仕事の定理よりたわみを求めた。また、材料試験結果より得られた応力-ひずみ関係を tri-linear 型でモデル化し、弾塑性状態の挙動を解析した。

2. 応力-ひずみモデル

ひずみ硬化領域の鋼材の挙動を知る必要性から材料の引張り試験を行った。使用した鋼材はSS41である。本論文では微小変位理論が適用できるひずみの最大値を5%と仮定し、試験結果からこの範囲内での応力-ひずみ曲線の一例を図-1に示す。この図より硬化後の応力-ひずみ曲線は、ほぼ直線で表現できると推定され、応力-ひずみ曲線を tri-linear で近似したモデルを採用した。硬化後の応力 σ は次式で表される。

$$\sigma = E_h \varepsilon + \sigma_0 \quad \text{--- ①}$$

ここに、 $\sigma_0 = -E_h \varepsilon_h + \sigma_y$ ：定数、 E_h ：ひずみ硬化係数、 ε_h ：ひずみ硬化開始ひずみ、 σ_y ：降伏応力
材料試験結果から解析で用いる応力-ひずみモデルを図-1に波線で示した。

3. たわみの解析法

解析対象となる弾塑性状態のチャンネル断面梁、および座標系を図-2に示す。x軸を境にした対称性から $0 \leq z \leq L/2$ の範囲内を考え、この間に断面内の応力分布により区別される弾塑性状態が、 n 種類あるとする。また求めるべき z 座標でのたわみを w とし $P=1$ とおいた仮想の状態での曲げモーメントを $\bar{M}$ とする。仮想仕事の定理を弾塑性域と弾性域に分けて適用し、得られるたわみ式を次に示す。

$$w = 2 \sum_{i=1}^n \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\bar{M} (M_{eFe} - N_{eZe})}{E (F_{eIe} - Z_{e^2})} dz + 2 \int_{a_n}^{L/2} \frac{\bar{M} M}{EI} dz \quad \text{--- ②}$$

ここに、 $a_1 \sim a_n$ ： $z=0$ から弾塑性状態の変移点 a_n までの距離（ただし、 $a_0=0$ ）

I ：断面二次モーメント、 M_e, N_e ：断面内の弾性部分が受け持つ断面力、 F_e ：弾性部分の面積
 Z_e ：弾性部分の断面一次モーメント、 I_e ：弾性部分の断面二次モーメント

弾塑性状態により②式の右辺第一項の M_e, N_e, F_e, Z_e, I_e は違う式になる。ゆえに各荷重ごとに②式を適用し、たわみを求めた。なお、現在解析の対象となる一軸対称断面梁では被積分関数が複雑になり数値積分で計算した。

4. 解析結果及び考察

図-2に無次元化した荷重 P/P_y （ P_y ：初期降伏荷重）が1.93の時の塑性域および、ひずみ硬化域、中立軸 η の分布を示した。塑性化するとともに η は重心軸から上に移動する。断面内でひずみ硬化が起こると、塑性化が進まなくなり、部材軸方向のモーメントが増加するに従い硬化域が広がっていく傾向がある。

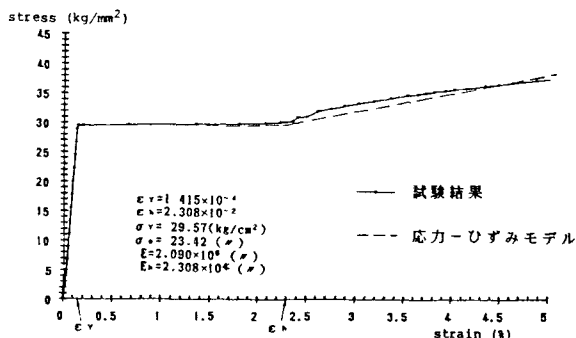


図-1 応力-ひずみ曲線（試験結果とモデル）

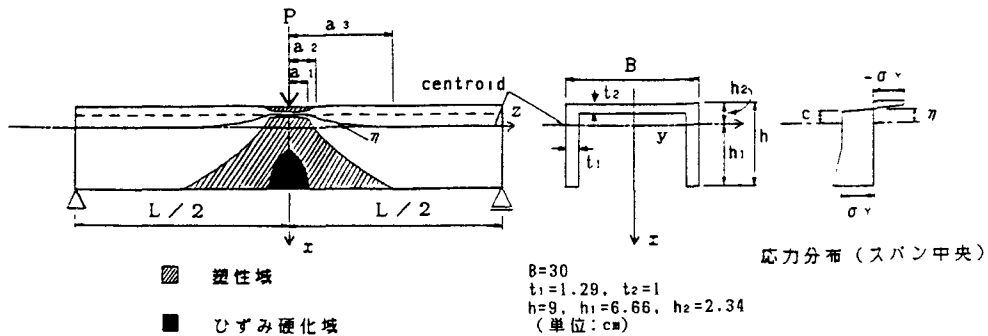


図-2 塑性域、ひずみ硬化域の分布状態 ($P/P_{y1}=1.93$)

パラメータ P/P_{y1} を 1.71, 1.77, 1.93 と変化させた時の、部材軸方向の断面上縁(1), 下縁(2)のひずみを図-3に示した。梁が弾塑性状態になると、弾性域ではひずみ分布は線形であるが弾塑性域になると非線形になりひずみが急に増加する。ひずみ硬化が起こると ($P/P_{y1}=1.93$) 弾塑性域と硬化域では、ひずみ分布の形状が違い硬化域内では、徐々にひずみの増分は減少する。

図-4は、一点荷重、対称二点荷重のたわみの解析結果と実験値を示した。この図中には P_{y1} とともに、 P_{y2} (スパン中央の上縁が降伏する荷重)、 P_{p1} (スパン中央で全断面塑性化する荷重、ひずみ硬化無視) を書き入れた。横軸には、たわみ δ 以外に δ/δ_{y1} ($\delta_{y1}: P=P_{y1}$ でのたわみ) の軸をとり荷重との関係を示している。荷重の増加に対するひずみ硬化の発現は一点荷重が早く、二点荷重は δ/δ_{y1} が約 15.3 に達しないと影響がでないことが解る。また実験値と解析値を比較すると弾性域から一致しない。この原因は幅 B と L の比が一点荷重で 0.313, 二点荷重では、0.158 といずれも 0.1 以上なので、せん断変形が影響していると考えられる。

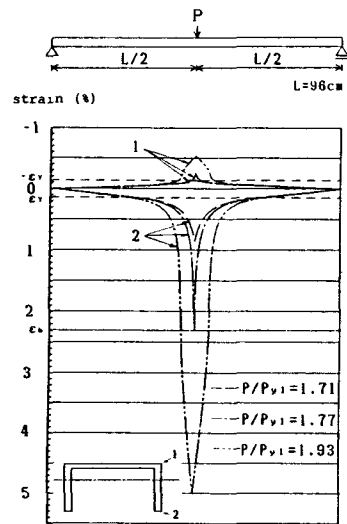


図-3 部材軸方向のひずみ分布

今後の課題として、せん断変形の考慮した解析が望まれる。
 <参考文献> 1) W.F.Chen, T.Atsuta: Theory of beam-columns

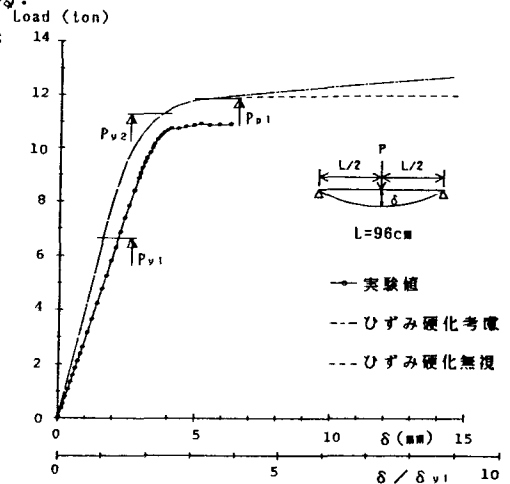
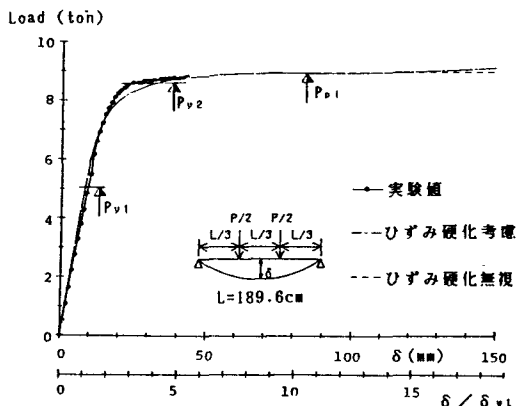


図-4 荷重-たわみ曲線