

I - 15

剛性マトリックス法によるPC連続合成桁の解法について

岩手大学工学部 正 員 宮本 裕
岩手大学工学部 学生員 〇小泉 隆浩

1. ま え が き

連続合成桁の応力解析に関して、筆者らはこれまで、鋼合成桁についての剛性マトリックスを用いた変形法によるものを発表してきた。本報告ではこれに対して、PC合成桁の乾燥収縮応力を例とし、連続合成桁の拡張された一般理論を提案するものである。

2. 解 析 理 論

合成桁に作用する外力としてのモーメント M_0 と合成断面の重心に働く軸力 N_0 から、各断面への配分量は次式で求められる。

$$M_{10} = \frac{I_1}{I_v} M_0, \quad N_{10} = \frac{\alpha_2}{\alpha} N_0 + \frac{A_1 \alpha_1}{I_v} M_0, \quad M_{20} = \frac{I_2}{n I_v} M_0, \quad N_{20} = \frac{\alpha_1}{\alpha} N_0 - \frac{A_1 \alpha_1}{I_v} M_0 \quad (1)$$

時刻 $t=0$ のときの各断面に分配された断面力 M_{10} , N_{10} , M_{20} , N_{20} はコンクリートのクリープおよび収縮により M_{1t} , N_{1t} , M_{2t} , N_{2t} だけ変化するが、PC連続合成桁では2次不静定モーメントが発生するため、これらの変化量は2次不静定モーメントが生じない場合の解と、2次不静定モーメントに起因する量との和になる。

$$M_{1t} = M_{1t}^0 + M_{1tt}, \quad N_{1t} = N_{1t}^0 + N_{1tt} = -N_{2t}, \quad M_{2t} = M_{2t}^0 + M_{2tt}, \quad N_{2t} = N_{2t}^0 + N_{2tt} \quad (2)$$

ここで、 M_{1t}^0 , N_{2t}^0 , M_{2t}^0 は、それぞれ以下の式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M_{1t}^0 &= \alpha N \frac{\varphi^2}{\varphi} \{1 - \text{EXP}(-\alpha \varphi)\}, & N_{2t}^0 &= -N_{1t}^0 = N \frac{\varphi^2}{\varphi} \{1 - \text{EXP}(-\alpha \varphi)\}, \\ M_{2t}^0 &= \left(\frac{m I_2}{n I_1} M_{10} - M_{20} \right) \{1 - \text{EXP}(-\varphi_2)\} \\ &\quad + \frac{I_2}{n I_1} \alpha N \frac{\alpha}{1 - \alpha} \{1 - \text{EXP}(-\varphi_2) \frac{\varphi^2}{\varphi} - (1 - \text{EXP}(-\alpha \varphi))\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\text{ただし, } N = \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{m A_2}{n A_1} (N_{10} - \frac{A_1 \alpha}{I_1} M_{10}), \quad m = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \quad (m \text{ は定数})$$

$$\alpha = 1 / \left\{ 1 + \frac{A_2}{n A_1} \left(1 + \frac{A_1 \alpha^2}{I_1} \right) \right\}, \quad \varphi = \left(1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha} m \right) \varphi_2 = \varphi_2 + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \varphi_1$$

φ_1 , φ_2 は $t=0$ 以降のプレキャスト桁および床版のクリープ係数、また $t \rightarrow \infty$ における両者の乾燥収縮ひずみ差を S_n , φ_2 の終局値を φ_{2n} とする。

さらに M_{1tt} , N_{2tt} , M_{2tt} は、それぞれ文献²⁾では応力法で計算している。

これに対して、変形法では M_{1tt} , N_{2tt} , M_{2tt} を剛性マトリックスを用いて求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} Q_v(0)/E_1 I_v \\ M_v(0)/E_1 I_v \\ Q_v(l)/E_1 I_v \\ M_v(l)/E_1 I_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 12/l & -6/l^2 & -12/l^3 & -6/l^2 \\ & 4/l & 6/l^2 & 2/l \\ & & 12/l^3 & 6/l^2 \\ & & & 4/l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ y(l) \\ y'(l) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (\bar{M}_{1t}^0(1) - \bar{M}_{1t}^0(2))/(E_1 I_1 l) \\ -\bar{M}_{1t}^0(1)/E_1 I_1 \\ (\bar{M}_{1t}^0(2) - \bar{M}_{1t}^0(1))/(E_1 I_1 l) \\ \bar{M}_{1t}^0(2)/E_1 I_1 \end{Bmatrix}$$

ただし、 $\bar{M}_{1t}^0 = (1 - \text{EXP}(-\varphi_1)) M_{10} + M_{1t}^0$ として変形法で求めた M_v から $M_{1tt} = M_v (I_1 / I_v)$ として求めることができる。 N_{2tt} を求めるには、上記の剛性マトリックスの荷重項において M_{1t}^0 の代わりに

$$\bar{N}_{2t}^0 = \bar{\alpha} M_{1t}^0 \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} - \{1 - \text{EXP}(-\bar{\alpha} \varphi')\} \left(\bar{\alpha} \frac{\varphi^2}{\varphi} \alpha N \frac{\alpha}{\bar{\alpha} - \alpha} + \frac{\varphi_1}{\varphi} M_{10} \right)$$

を代入して求めた M_v から

$N_{2tt} = \frac{A_2 \alpha}{n I_1} (M_v \frac{I_1}{I_v})$ として求まる。同様に M_{2tt} を求めるには、 $\bar{M}_{1t}^0$ の代わりに

$\bar{M}_{2t}^0 = \{1 - \text{EXP}(-\varphi_2)\} (\alpha N \frac{\alpha}{1 - \alpha} + m M_{10}) - M_{1t}^0 \frac{\alpha}{1 - \alpha}$ を代入して求めた M_v から

$M_{2tt} = \frac{I_2}{n I_1} (M_v \frac{I_1}{I_v})$ として求めることができる。

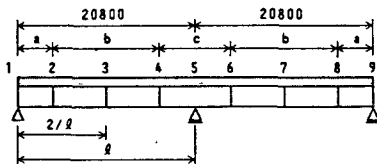
これによって、式(3)の断面力変化量が求められれば、クリープおよび収縮差応力が次式で算定される。

$$\begin{aligned} \text{主桁下縁 } \sigma_{1t} &= \frac{N_{1t}}{A_1} + \frac{M_{1t}}{I_1} y_1, & \text{主桁上縁 } \sigma_{1t}' &= \frac{N_{1t}}{A_1} - \frac{M_{1t}}{I_1} y_1', \\ \text{床版下縁 } \sigma_{2t} &= \frac{N_{2t}}{A_2} + \frac{M_{2t}}{I_2} y_2, & \text{床版上縁 } \sigma_{2t}' &= \frac{N_{2t}}{A_2} - \frac{M_{2t}}{I_2} y_2', \end{aligned} \quad (4)$$

特別の場合として、前述の各式において $\varphi_1 = 0$ とすれば、プレキャスト主桁のクリープを無視し、場所打ち床版コンクリートのクリープのみを考慮した場合、つまり合成桁の主桁部分が鋼桁の場合の応力が求められる。

3. 計算例

Fig. 1 のような変断面2径間連続合成桁の節点③について、まえがきで述べた鋼合成桁に関する計算方法による値(A)と本報告のPC合成桁に関する計算方法による値(B)を求めた。



	a	b	c
Under Flange	200×12	200×12	250×22
Web		920×8	
Lower Flange	280×19	360×22	280×19

ヤング係数 $E = 3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

最終収縮度 $S_n = 15 \times 10^{-5}$

Fig. 1

Table 1

(kg/cm²)

case	A	B	
		$\varphi_1=0, \varphi_2=4.0$	$\varphi_1=\varphi_2=4.0$
σ			
σ_{1t}	-148.8	-148.9	-54.7
σ_{1t}'	-64.2	-64.2	-31.8
σ_{2t}	6.3	6.3	2.5
σ_{2t}'	6.7	6.7	3.0

クリープ係数以外のデータは(A), (B)ともに共通である。(A)のコンクリート床版のクリープ係数は $\varphi = 4.0$, (B)については $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 4.0$ の場合と $\varphi_1 = \varphi_2 = 4.0$ の場合について計算した。Table 1 を見てもわかるように、(B)の $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 4.0$ の場合の値と(A)の値とは一致している。

【参考文献】

- 1) 彦坂：変断面連続合成桁橋のクリープおよび収縮応力解法，土木学会論文報告集，No.199，1972
- 2) 彦坂：PC合成連続桁のクリープおよび収縮応力解析，プレストレストコンクリート，Vol.15，No.3，June 1973
- 3) 渡辺，宮本，小嶋：剛性マトリックスによる連続合成桁の乾燥収縮および温度差応力解析，橋梁と基礎，Vol.12，No.6，1978
- 4) 宮本，渡辺：変断面連続合成桁のPC鋼材によるプレストレスのクリープ応力解析，土木学会第35回年次学術講演会講演概要集 I-33，1980
- 5) Miyamoto: Berechnung des Durchlaufverbundträgers mit Hilfe des Weggrößenverfahrens, FG Werkstoffmechanik TH Darmstadt FF-7/ 1982