

I - 1 4 平面骨組構造物の変位および曲げモーメント描画パソコンプログラム

岩手大学工学部 学生員 ○高久田英一郎
 岩手大学工学部 正会員 宮本 裕
 岩手大学工学部 正会員 岩崎 正二
 岩手大学工学部 正会員 出戸 秀明

1. ま え が き

平面骨組構造物を解析し、変形および応力図を図形処理することは、構造物の変形や応力状態を視覚的にとらえるという意味で、教育的にも研究的にも重要である。これまでいくつかの研究発表^{1), 2), 3)}をしてきたが、はり部材の途中に分布荷重の作用するときの変位の厳密解を誘導し、さらに曲げモーメント図も描けるように改良したので発表する。

2. 解 析 理 論

全体の解析手法をまとめると、まず骨組構造解析をFEMで行い、さらに細部の変形状態をBEM（境界要素法）で計算し、変形の結果を図化するものである。曲げモーメント図についても同様に、FEMで各節点における値を計算してから、部材の途中の値をBEMで計算し図化する。

FEMによる解法は、たとえば文献1)のはり部材の途中に分布荷重が作用する場合の剛性マトリックスを使って行うことができる。

また、文献2)により、はり部材の両端での Q 、 M 、 θ 、 w （境界量）がわかると、部材の途中におけるたわみ曲線 $w(y)$ が計算されることになる。これはBEMの内点の物理量の計算と考えることができる。すなわち、

$$w(y) = Q(l)w^*(l, y) - M(l)\theta^*(l, y) + \theta(l)M^*(l, y) - w(l)Q^*(l, y) \\ - Q(0)w^*(0, y) + M(0)\theta^*(0, y) - \theta(0)M^*(0, y) + w(0)Q^*(0, y) \\ + \int_0^l q(x)w^*(x, y)dx \quad \text{-----} \quad (1)$$

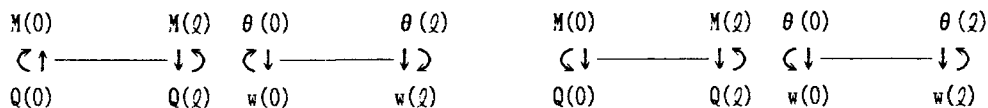


図-1

図-2

しかるに、これらの曲げモーメント M 、せん断力 Q 、たわみ角 θ 、たわみ w の向きは図-1のようになっているのに対し、剛性マトリックス法でのそれらの力と変位の向きは図-2のようである。上式を図-2のように改めるには

$$M(0) \rightarrow -M(0), \quad Q(0) \rightarrow -Q(0), \quad \theta(0) \rightarrow -\theta(0), \quad \theta(l) \rightarrow -\theta(l)$$

と、置き換える必要がある。

この結果、式(1)は、式(2)となる。

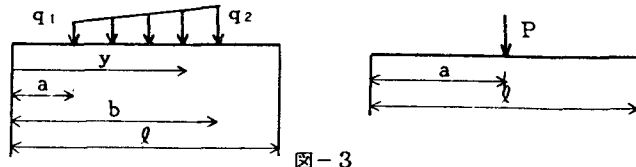
$$w(y) = Q(l)w^*(l, y) - M(l)\theta^*(l, y) - \theta(l)M^*(l, y) - w(l)Q^*(l, y) \\ + Q(0)w^*(0, y) - M(0)\theta^*(0, y) + \theta(0)M^*(0, y) + w(0)Q^*(0, y) \\ + \int_0^l q(x)w^*(x, y)dx \quad \text{-----} \quad (2)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} w^*(x, y) &= (2l^3 + r^3 - 3lr^2)/12EI, & M^*(x, y) &= -(r-l)/2 \\ \theta^*(x, y) &= r(r-2l)\text{sgn}(x-y)/4EI, & Q^*(x, y) &= -\text{sgn}(x-y)/2 \\ r &= |x-y|, & x-y > 0 \text{ で } \text{sgn}(x-y) &= 1, \quad x-y < 0 \text{ で } \text{sgn}(x-y) = -1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

また式(2)の最後の積分項は図-3の荷重状態の場合に以下ようになる。

分布荷重の場合



① $y < a$ のとき

$$\int_0^a q(x) w^*(x, y) dx = \frac{A}{12EI} \left[\frac{1}{5} \{ (b-y)^5 - (a-y)^5 \} + \frac{1}{4} (y-3\ell) \{ (b-y)^4 - (a-y)^4 \} \right. \\ \left. - \ell y \{ (b-y)^3 - (y-a)^3 \} + \ell^3 \{ (b-y)^2 - (y-a)^2 \} + 2\ell^3(b-a) \right] \\ + \frac{B}{12EI} \left[2\ell^2(b-a) - \frac{1}{4} \{ (b-y)^4 - (a-y)^4 \} - \ell \{ (b-y)^3 - (a-y)^3 \} \right]$$

② $a \leq y \leq b$ のとき

$$\int_0^a q(x) w^*(x, y) dx = \frac{A}{12EI} \left[(b^2 - a^2) \ell^3 + \frac{y+4a}{20} (a-y)^4 - \frac{\ell}{4} (y+3a)(y-a)^3 + \frac{y+4a}{20} (b-y)^4 \right. \\ \left. - \frac{\ell}{4} (y+3b)(b-y)^3 \right] + \frac{B}{12EI} \left[2\ell^3(b-a) - \frac{1}{4} \{ (b-y)^4 - (a-y)^4 \} \right. \\ \left. - \ell \{ (b-y)^3 - (a-y)^3 \} \right]$$

③ $b < y$ のとき

$$\int_0^a q(x) w^*(x, y) dx = \frac{A}{12EI} \left[\frac{1}{5} \{ (y-b)^5 - (y-a)^5 \} - \frac{1}{4} (y+3\ell) \{ (y-b)^4 - (y-a)^4 \} \right. \\ \left. + \ell y \{ (y-b)^3 - (y-a)^3 \} + \ell^3 \{ (y-b)^2 - (y-a)^2 \} - 2\ell^3(b-a) \right] \\ + \frac{B}{12EI} \left[-2\ell^3(b-a) - \frac{1}{4} \{ (b-y)^4 - (a-y)^4 \} + \ell \{ (b-y)^3 - (a-y)^3 \} \right]$$

ただし、

$$A = \frac{q_2 - q_1}{b - a}$$

$$B = q_1 - \frac{a(q_2 - q_1)}{b - a}$$

集中荷重の場合

$$\int q(x) w^*(x, y) dx = \frac{P}{12EI} (2\ell^3 + r^3 - 3\ell r^2) \quad \text{ただし } r = |a - y|$$

また、曲げモーメント曲線は、たわみ曲線を2回微分すれば誘導できるが、紙面の都合で省略する。

3. 計算例

計算例を2つ示す。実線は本方法によるもの、破線は各節点での数値を直線でつないだものである。

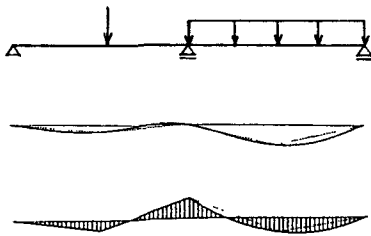


図-4

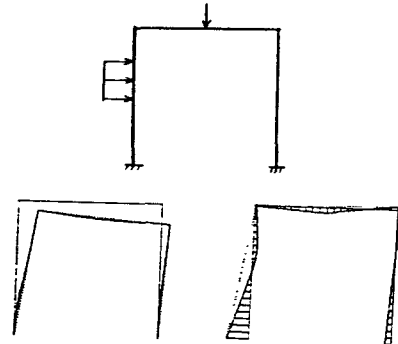


図-5

参考文献

- 1) 渡辺・宮本：時刻歴地震応答解析法，技報堂（1985）
- 2) 竹洞・宮本・岩崎・出戸・辻野：FEMとBEMを用いた骨組構造解析の教育パソコンシステム，土木学会第12回電算機利用に関するシンポジウム講演集（1987）
- 3) 宮本・岩崎・出戸・竹洞・辻野：FEMとBEMを用いた骨組構造解析の教育パソコンプログラム，境界要素法研究会編境界要素法論文集第4巻（1987）