I－13　連続構造の形状最適化計算のための２、３の改善

八戸工業大学　正会員○長谷川　明
小野寺　悟
和田　公明

１．はじめに

２次元連続構造の最適化には、領域内の板厚方向の改善を行う板厚変化法と、板厚を変えずに外形を変化させる境界変化法がある。構造解析を有限要素法で行うとすれば、板厚変化法で用いられる設計変数は、各要素の板厚であり、この変化は他の要素形に影響を与えない。このため板厚変化法では設計変数自身の側面制約は通常、板厚＞０の条件だけですむことになる。一方、ここで述べる境界変化法による最適化すなわち形状最適化では境界および内部の節点を移動させるものであるから、その移動によって節点が入り乱れ、要素形に大きな変化を与える。この結果、次の試行における有限要素解析が不可能となったり、あるいは最適化が円滑に進行せず停滞してしまうことになる。これが、板厚変化法に比べて境界変化法が困難である理由である。この改善のための条件を最適化作業の中に取り込むことは複雑となるため、著者は要素面積を均一化する再分割手法を開発し、その効果について検討している[1]。しかし、要素面積を均一化すると同時に、最適化と有限要素解析の両者にふさわしい分割とするためには、さらに、１）三角形要素では要素形を正三角形に近い形とする、２）応力変化の激しい所では細かい分割とする、ことが要求される。

本文では、このような要求を満たす再分割手法と、境界要素法を解析手法とする時に有効な境界の凹凸を滑らかにし要素長を均一化する手法について述べる。

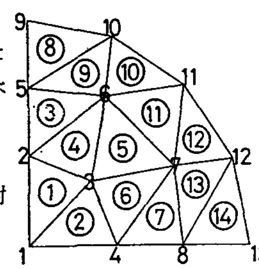

図１．要素分割例

２．要素形を正三角形に近い形にする方法：三辺均一化手法

正三角形は三辺が等しいのであるから、要素jの３つの辺長 $L_{ji}\ (i=1,3)$ に対し、上限値 L_u・下限値 L_l の制約を与えることとする。

$$L_l \leqq L_{ji} \leqq L_u \qquad (1)$$

ここで、上下限値には要素面積 A_j を有する正三角形の一辺の長さ L_{j0} が、

$$L_{j0}^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} A_j \qquad (2)$$

となることから、この値を基準とし適当な定数 ε を使って

$$L_l^2 = (1-\varepsilon_1) L_{j0}^2 : L_u^2 = (1+\varepsilon_1) L_{j0}^2 \qquad (3)$$

とすることができると考えた。

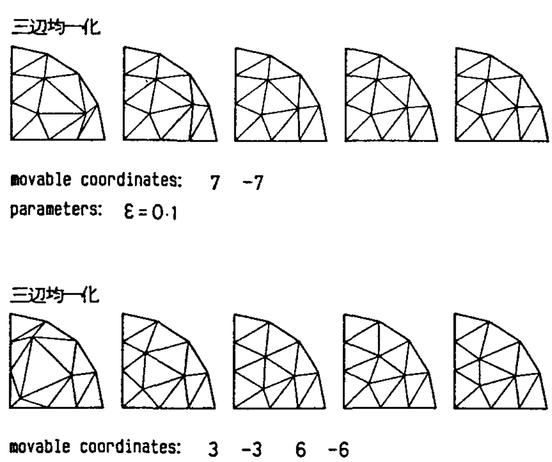

図２．三辺均一化手法の利用例

３．応力に応じた要素面積を与える方法

要素面積の均一化では要素面積の平均値 A_{ave} を使って、次のような制約を用いた。[1]

$$(1-\varepsilon) A_{ave} \leqq A_j \leqq (1+\varepsilon) A_{ave} \qquad (4)$$

そこで、応力に応じた要素面積を与えるには、この A_{ave} を要素毎に応力に応じて設定すれば良い

と考えられる。全要素の応力の平均値をσ_oとし、各要素のk回目の要素面積をA_j^kとすれば、設定すべき基準の応力A_{j0}は、新しくできる要素面積の総和が全面積に一致させるためのパラメータαと応力への比例度を規定するパラメータmを使って、

$$A_{j0} = \alpha \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_o} \right)^m A_j^k \qquad (5)$$

と表現される。そこで、この基準値を利用し、各要素面積に対し、

$$(1-\varepsilon_2) A_{j0} \leqq A_j \leqq (1+\varepsilon_2) A_{j0} \qquad (6)$$

と制約すればよいことになる。

4．再分割手法への定式化

目的関数として、(5)式で与えられる、期待される各要素面積とのずれを要素総数neで総和をとった(7)式で与えることとすれば、本再分割手法は(1)式と(6)式を制約条件として、目的関数が最小となるよう最適化すればよいことになる。

$$\text{目的関数} \quad Z = \sum_{j=1}^{ne} (A_j - A_{j0})^2 \qquad (7)$$

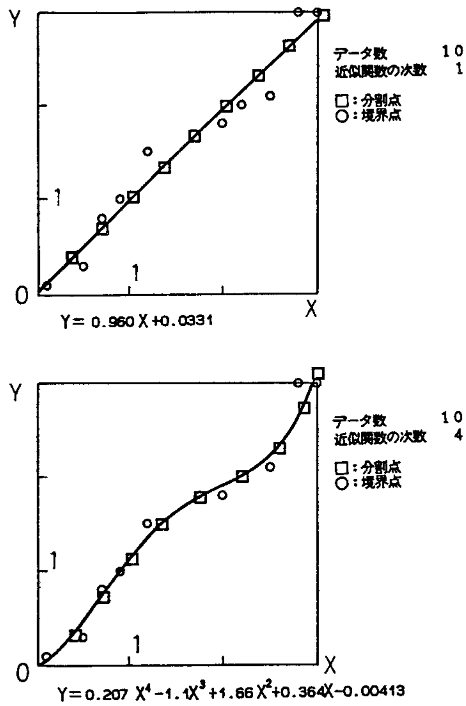

図３．近似曲線と要素長の均一化

図２は、図１の要素分割を乱し、本手法のうち(1)式だけを用いた三辺均一化の再分割手法を適用した例で、分割状態が改善していく様子を描いたものである。

5．外形の円滑化と要素長均一化

連続構造の形状最適化の試行中、外周に凹凸が発生し形状として好ましくない状態が生まれることがある。そこで、この外周点を曲線近似し、滑らかな形状を生み出し、さらにこの曲線上で節点間距離が等しくなる分割方法を検討した。

近似曲線を表現する関数としては、多項式を使い、外周節点と近似曲線間の距離の２乗和が最小になるための条件から未知係数を求めた。図３は近似関数を１次関数（上の図）、および４次関数（下の図）として分割した状態を示したものである。

6．おわりに

本手法は、有限要素解析の精度を上げるための分割手法と考えているのではなく、連続構造の形状最適化を円滑に進行させるための再分割手法として開発したものである。いくつかの計算例では、パラメータεの設定によっては、改善ができなかったり、与えられた分割があまりにも不規則であると、本法の効果が発揮できないことがある。また、せっかく最適化された座標を、形状の領域内とはいえ移動させることは、最適化からみると好ましいとは言えないという矛盾を抱えている。しかし、形状最適化を進めるとき、初期形状と最適形状が大きく異なるときにはこのような再分割は不可欠であるため、今後更に検討する必要があると考えている。

＜参考文献＞

1)長谷川明：２次元連続体の形状最適化のための要素面積均一化再分割、構造工学論文集　Vol.34,pp.635-638,1988