Ⅰ－１２　　多段階方式によるトラス構造物の最小重量設計

八戸工業高等専門学校　正会員　斉藤　進

１．まえがき　　図１に示す円管断面部材のトラスの最小重量設計を、(1)断面のSuboptimizationに最大荷重設計を用いた Three Level Method と、(2)断面のSuboptimizationに最小重量設計を用いた Two Level Method によって行い、両方法の特徴、問題点を明らかにする。

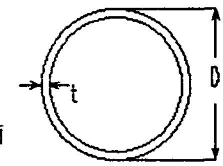

図１
部材断面

２．断面のSuboptimizationに最大荷重設計を用いた Three Level Method

(a)第１レベル　　設計変数　t, D　　目的関数　σ_{ca}, σ_{ta}

制約条件　$t \geqq t_l$　　$D \geqq D_l$　　$\lambda \leqq 120$(圧縮)　　$\lambda \leqq 200$(引張)

方法　各部材毎に、A、Lが与えられた時、σ_{ca}、σ_{ta}を Maxとする、t、Dを最大荷重設計によって決定する。(図２)

(b)第２レベル　　設計変数　$A_1 \sim A_m$ (m:部材数)

目的関数　$f=\Sigma A_i L_i$

制約条件　応力度 $\{g_s\}=\{\sigma_{ca}\}-\{\sigma\} \leqq \{0\}$ (圧縮)

$\{g_s\}=\{\sigma\}-\{\sigma_{ta}\} \leqq \{0\}$ (引張)

最小断面積　$\{g_a\}=\{A_{min}\}-\{A\} \leqq \{0\}$

節点変位　$\{g_d\}=\{\delta_a\}-\{\delta\} \leqq \{0\}$

ＳＬＰを用いるので上の制約の他に、ムーブリミット制約を付ける。

方法　固定形状に対して、fを最小とする$A_1 \sim A_m$をＳＬＰによって決定する。変位制約がなく、各部材のAが応力度か、最小断面積によって決定される場合は、全応力設計となり、ＳＬＰを使う必要はない。

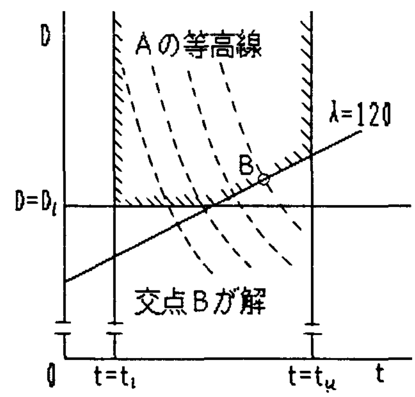

図２．最大荷重設計（圧縮）

(c)第３レベル　　設計変数　$y_1 \sim y_n$ (n:座標変数の数)

目的関数　$F=\Sigma A_i L_i$

制約条件　$y_{jl} \leqq y_j \leqq y_{ju}$ $(j=1,2,...,n)$

方法　最急降下法(ＳＤＭ)によって、Fを最小とする$y_1 \sim y_n$を決定する。変位制約が第２レベルでなく、第３レベルに付いている時は、ＦＤＭ、ＰＦ等によって最小化する。

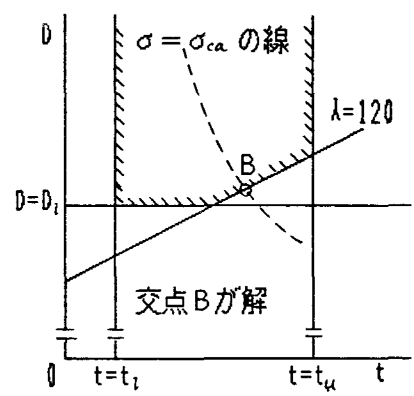

図３．最小重量設計（圧縮）

(d)第３レベルにおける降下方向ベクトル {S} の作り方

$\{S\}=\{-\partial F/\partial y_1, ..., -\partial F/\partial y_j, ..., -\partial F/\partial y_n\}$ ... (1)

上式において、

$\partial F/\partial y_j=\Sigma\,[A_i(\partial L_i/\partial y_j)+L_i(\partial A_i/\partial y_j)]$ .... (2)

$\partial A_i/\partial y_j$は、第２レベルにおいて、activeとなっている制約条件式を利用して求める。activeとなっている制約条件式を、g_k (k=1,2,......M)とし、y_jの変化Δy_jに対して、g_kは乱されないものとすれば、

$(dg_k/dy_j)\Delta y_j=[\partial g_k/\partial y_j+\Sigma(\partial g_k/\partial A_i)(\partial A_i/\partial y_j)]\,\Delta y_j \leqq 0$ ...... (3)

k=1,2,....,M について上式を書くと、$\partial A_i/\partial y_j$ に関する連立１次方程式(M=mの時)、又は、LP問題 (M>mの時)が得られ、これを解いて、(2)式に$\partial A_i/\partial y_j$ を代入すれば、$\partial F/\partial y_j$ が計算出来る。

３．断面のSuboptimizationに最小重量設計を用いた Two Level Method

(a)第１レベル　　設計変数　t, D　　目的関数　$A=\pi(Dt-t^2)$

制約条件 $g_s=\sigma_{ca}-\sigma\leqq 0$ （圧縮）　$g_s=\sigma-\sigma_{ta}\leqq 0$ （引張）

$g_l=\lambda-120$ （圧縮）　$g_l=\lambda-200$ （引張）

$g_t=t_l-t\leqq 0$　$g_D=D_l-D\leqq 0$

方法　各部材毎に部材応力 S,Lが与えられた時、AをMinとする t,Dを連立非線形方程式を解いて求める。この方法は、全応力設計となるので、全応力設計が正解でない問題には適用出来ない。不静定の場合には、Aが一定になるまで繰り返しが必要である。（図3）

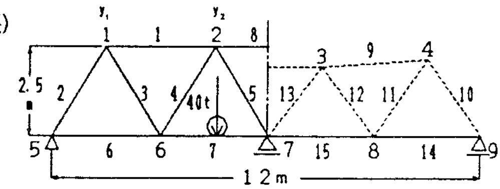

図4．例題トラス（初期形状と最適化後の形状）

(b)第２レベル　設計変数 $y_1\sim y_n$ (n:座標変数の数)　目的関数 $F=\Sigma A_iL_i=\Sigma\pi(D_it_i-t_i^2)L_i$ ... (4)

制約条件 $y_{jl}\leqq y_j\leqq y_{ju}$ $(j=1,2,\ldots,n)$　節点変位 $\{g_d\}=\{\delta_a\}-\{\delta\}\leqq\{0\}$

方法　制約付最小化なので、ＦＤＭ、ＰＦ等によって最小化する。

(c)第２レベルおける降下方向ベクトル {S} の作り方

(1)、(4)式より $\partial F/\partial y_j=\Sigma\left[A_i(\partial L_i/\partial y_j)+\pi\left\{(\partial D_i/\partial y_j)t_i+D_i(\partial t_i/\partial y_j)-2t_i(\partial t_i/\partial y_j)\right\}L_i\right]$ ... (5)

$\partial D_i/\partial y_j$、$\partial t_i/\partial y_j$ は、第１レベルにおいて、activeになった制約条件式を、i部材について２個ずつ選んで

$$dg_{i1}/dy_j=\partial g_{i1}/\partial y_j+(\partial g_{i1}/\partial t_i)(\partial t_i/\partial y_j)+(\partial g_{i1}/\partial D_i)(\partial D_i/\partial y_j)=0$$
$$dg_{i2}/dy_j=\partial g_{i2}/\partial y_j+(\partial g_{i2}/\partial t_i)(\partial t_i/\partial y_j)+(\partial g_{i2}/\partial D_i)(\partial D_i/\partial y_j)=0 \quad \ldots\ldots (6)$$

を連立して求めることが出来る。

４．計算例　　図4に示したトラスについて、y_1、y_2をシステム全体の設計変数とし、t_l=0.5cm、t_u=4cm、D_l=11cm、σ_{ta}=1400kg/cm²、σ_{ca}=-1400...($\lambda<20$)、σ_{ca}=-1400+8.4(λ-20)....($20\leqq\lambda\leqq 93$)、σ_{ca}=-12000000/(6700+λ^2)....($\lambda>93$)、δ_a= 0.52cm（節点６の鉛直変位）なる条件を与えて、(1)のThree Level Method と (2)の Two Level Method によって最小重量設計を行った結果を、表１、図５に示す。図５に示したように、(1)の方法の場合は、無制約最小化の結果としてM点に収束し、(2)の方法の場合は、制約付最小化の結果としてM点に収束する。両者の結果は、全く差が無いと言ってよい。

５．あとがき　　(1)の方法は、全応力設計が最小重量設計とならない場合にも適用出来るが、第２レベルの計算にかなりの時間がかかる。(2)の方法は、全応力設計が最小重量設計となる場合にしか適用出来ないが、(1)の方法における第２レベルに相当する部分がないので、計算時間は極めて短くてすむ。Suboptimizationに用いた方法は、実橋トラスの断面に拡張することが出来、従って以上に述べた多段階方式を、実橋トラスに適用することは可能である。その時、(2)の方法が非常に有効であると思われる。

Member No.	t (cm)	D (cm)	A (cm²)	S (kg)	σ (kg/cm²)	σ (kg/cm²)
1	0.95	11.0	30.0	-25833	-860	-860
2	0.68	11.0	22.1	-21359	-965	-965
3	0.51	11.0	16.9	23718	1400	1400
4	0.57	11.0	18.6	26018	1400	1400
5	0.90	11.0	28.6	-28471	-995	-995
6	0.50	11.0	16.5	12206	1400	740
7	0.50	11.0	16.5	9787	1400	593
8	0.50	11.0	16.5	7694	1400	466

表１．最適化後の部材に関する諸量

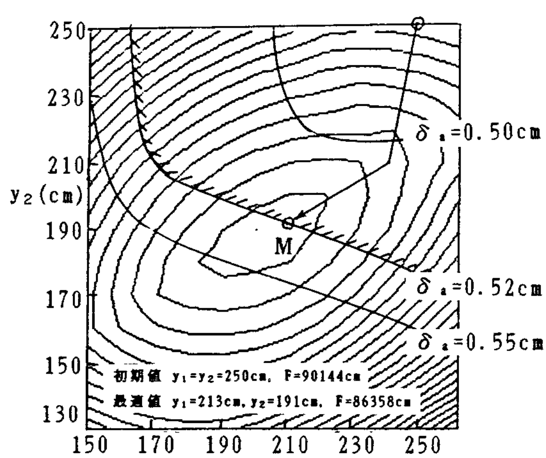

図５．Fの等高線と収束状況