

1. はじめに

著者らはすでに滑らかなドライベッド上を遡上する波の底面摩擦係数が、ほぼ平板境界層のもので近似できることを実験的に示している。摩擦係数は境界層厚によって変化する。ところが、厳密には境界層厚は水位と流量だけでは決定できないため、数値計算では摩擦係数を近似して与える必要が生じる。ここでは、摩擦係数を実用的な形に近似する方法を示す。さらに実際に数値計算を行い、適用性について検討する。

2. 実用的な摩擦係数の設定

底面摩擦係数は次式で表される。

$$u_{*}^2 = \frac{C_f}{2} Ue^2, \quad C_f = 0.046 Re^{-0.25}, \quad Re = \frac{Ue\delta}{\nu}. \quad (1)$$

ただし、 u_{*} :摩擦速度、 C_f :摩擦係数、 Ue :境界層外縁流速、 δ :境界層厚、 Re :レイノルズ数である。抵抗則

(1)を近似し、摩擦係数を全水深 H と流量 Q のみで評価することを試みる。

経験的な摩擦係数 f を導入し、次式のように定義する。

$$u_{*}^2 = f \frac{Q^2}{H^3}. \quad (2)$$

津波の数値計算では一義的にはエネルギー損失を正しく評価することが必要なので、エネルギー損失が実現象と同等になるように摩擦係数を設定する。エネルギー損失はほぼ $\rho Ue u_{*}^2$ と評価される。すなわち、

$$\frac{\Delta E}{\rho} \simeq Ue u_{*}^2 = \frac{C_f}{2} Ue^3. \quad (3)$$

一方、浅水理論に底面摩擦項を付加した方程式系の範囲では、

$$Ue = Q/H, \quad (4)$$

である。従って、エネルギー損失は次のように評価されている。

$$\frac{\Delta E}{\rho} \simeq \frac{Q}{H} u_{*}^2 = f \frac{Q^3}{H^3}. \quad (5)$$

式(3)、(5)で表されるエネルギー損失を同等の大きさにする f を f_e とする。

f_e は次式で与えられる。

$$f_e = \frac{C_f}{2} \left(\frac{UeH}{Q} \right)^3 = \frac{a}{2} \left(\frac{UeH}{Q} \right)^{3+b} \left(\frac{\delta}{H} \right)^b \left(\frac{Q}{\nu} \right)^b, \quad a = 0.046, \quad b = -0.25. \quad (6)$$

f として式(6)の f_e を近似すれば、エネルギー損失を正しく評価できる摩擦係数が得られる。 f_e を H と Q のみで近似するために $\delta=rH$, $r=\text{const.}$ と仮定する。さらに $r \rightarrow 0$ の極限を考える。この時は $UeH/Q \simeq 1$ なので、式(6)

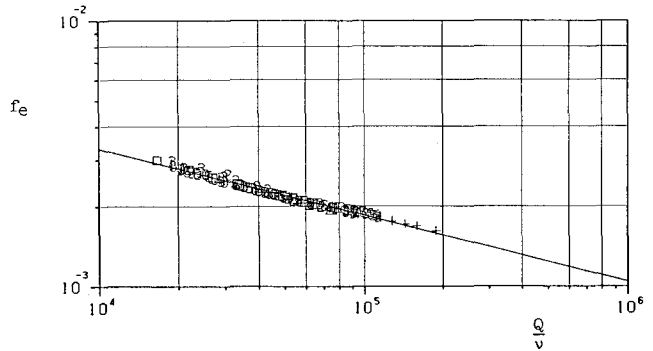


図1 摩擦係数の近似

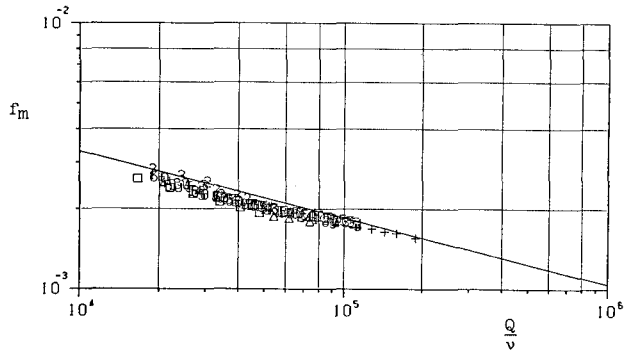


図2 運動量欠損を正しく評価する摩擦係数

は Q/v のみの関数になる。

実験値の H, Q, Ue から式(6)で評価した f_e を図1に示す。図中の実線(式(7))は実験値に合うよう係数を決めたもので、 $r=0.23$ に相当する。図から式(7)が十分な近似であることが分かる。

$$f = 0.033 \left(\frac{Q}{v} \right)^{-0.25} \quad (7)$$

ただし、式(8)はエネルギー損失が実際現象と同等になるように決められており、必ずしも他の保存則が同時に満たされるわけではない。実際、運動量欠損 u_*^2 が同等になるような $f(=f_m)$ を決めると、次式を得る。

$$f_m = \frac{C_f}{2} \left(\frac{UeH}{Q} \right)^2 \quad (8)$$

図1と同様に実験値から式(8)により f_m を算出した結果を図2に示す。

図から、式(7)は運動量欠損に対しては $Q/v < 7 \times 10^4$ では10%程度過大評価であることが分かる。エネルギーと運動量の欠損を同時に合わせることができないのは、式(6)と式(8)の UeH/Q の指数が異なるからで、式(4)で Ue が近似されている以上避けることはできない。

3. 計算例

底面走行式水路において長周期変動を加えた実験に対応した数値計算を実用的な摩擦係数 f を用いて行う。支配方程式は底面摩擦を加えた浅水理論の式である。計算方法には従来の実用計算とはほぼ同じものを用いるが、実験を底面走行式水路で行ったため、境界条件を与える際の便宜を考慮し、計算領域を $\Delta x / (U_b \Delta t)$ 時間ステップ毎に1格子ずつずらすことにした。実際には格子間隔を $\Delta t = 0.0005 \text{ sec}$ 、 $\Delta x = 0.5 \text{ cm}$ と取ったため、11時間ステップに2格子ずつ計算領域を動かしている。また、まず実験値を初期値にして定常時の数値解を求め、本計算の初期条件とした。沖側境界条件には最も沖側にある測線における実験値を用いた。計算は、3周期目には定常に達した。

計算結果と実験結果との比較を図3に示す。先端部において両者に波形を比べると、計算波形は実験波形よりも丸くなっていることが分かる。これは抵抗則(7)が先端付近で u_*^2 を過大評価していることによると考えられる。ただし、実験の先端位置と計算の先端位置の差は時間的にはほとんど変わらず、エネルギーの変化は精度よく計算されていると言えよう。

従って、抵抗則(7)は最大打ち上げ高を求めるためには実験的な根拠に基づき精度もよく、妥当であるが、先端波形については実際よりも丸まった計算結果を与える傾向があることが分かる。

4. おわりに

エネルギー損失を正しく評価できる実用的な摩擦係数を定めた。また、このとき運動量欠損は必ずしも正しく評価されないことを示した。この摩擦係数を数値計算に用いると最大打ち上げ高は精度よく算定されるが、先端波形については実際よりも丸まった計算結果を与えてしまう。ただし、実際現象では Q/v が非常に大きい(UeH/Q が1に近い)ため、このような問題は起こらない可能性もある。

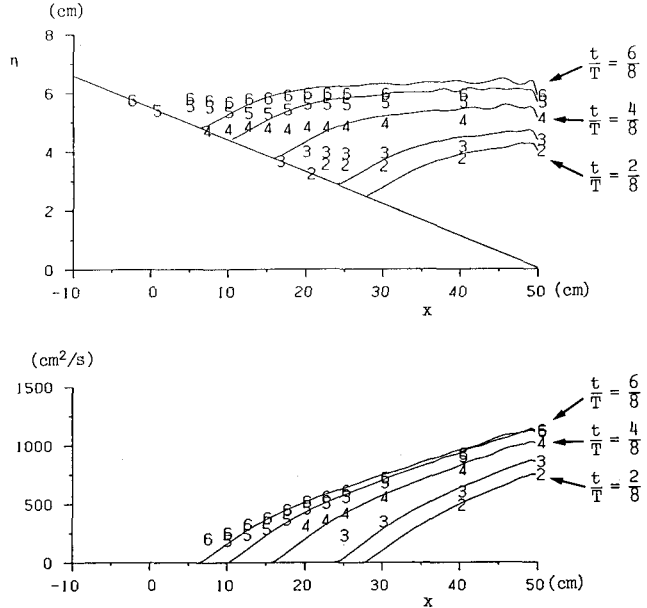


図3 計算結果