外海域における津波の高精度計算の改良

東北大学　大学院　学生員○佐山順二
運輸省港研　　　　正　員　後藤智明
東北大学　工学部　正　員　首藤伸夫

1．はじめに

津波の数値計算はここ１０数年で飛躍的発展を遂げ最大水位のみを問題とするなら誤差１５％以内で再現できると言われている．しかし，水位の経時変化や流況は，最大水位ほどの精度を得られていない．この主な原因は初期波形の精度，計算の支配方程式の精度および数値計算上の誤差などである．そこで，著者らは[1)2)]非線形性の無視できる外海域の津波の伝播において，数値計算上の誤差の一つである打ち切り誤差について誤差解析を行い，打ち切り誤差の数値分散性を小さく抑え，物理分散性も考慮した高精度計算法を提案した．しかし，水平床においては精度の向上が計られるが，実際の水深では向上せず問題とされた．そこで今回は，実水深において精度の向上が計られない原因を確かめ，外海域における津波の高精度計算法の適用範囲について検討した．

2．高精度計算法の問題点

ここでは，一次元伝播計算問題として考える．高精度計算法は式(1)で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}=0\\&\frac{\partial M}{\partial t}+c_0^2\frac{\partial\eta}{\partial x}=a\,\frac{\partial^3 M}{\partial t\partial x^2}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

$$a=\frac{h^2}{3}-\frac{\Delta x^2}{12}(1-K^2)$$

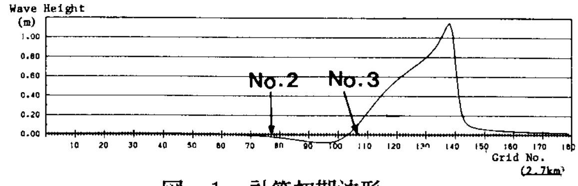
ここで，
η：水位　，M：線流量　，c_0^2：線形長波波速 $\sqrt{gh}$
g：重力加速度　，h：静水深
$K=c_0^2\,\dfrac{\Delta t}{\Delta x}$
Δt：時間方向差分格子幅　，Δx：空間方向差分格子幅

式(1)で与えられる高精度計算法の問題点は，以下のようなことが考えられる．

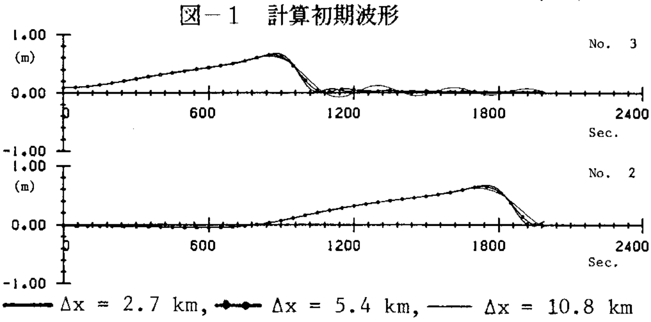
①打ち切り誤差の第２次近似以降を考慮していない．

②分散項中の斜面の効果を考慮していない．

まず，①の打ち切り誤差の高次項について検討する．高次項が重要となってくるのは式(1)の係数aを見るとわかるように，数値分散性が物理分散性より強くなるh/Δxの小さい場合，すなわち，h/Δx<0.5の場合であろう．そこで，一次元伝播問題高精度計算で，水深は水平床の1000m，初期波形は1968年十勝沖地震津波初期波形の一断面波形，計算差分格子間隔(Δx)は 2.7km, 5.4km, 10.8kmの3種類について計算をおこなった．図-１に初期波形を示す．図-２は，図-１に示した出力点における水位の経時変化である．太線がΔx=2.7km，太線に丸印が5.4km，細線が10.8km計算結果である．h/Δxはそれぞれ，0.37, 0.19, 0.09である．図からわかるように，差分格子幅の違いにより計算結果



図－１　計算初期波形



図－２　1000m水平床での計算結果

が大きく異なっている．水深は水平床であり分散項中の斜面の効果は含まれていない．また，前報[1)]における実水深計算出力点は水深1000m地点であり，精度の向上が計られない理由は今回の計算同様，打ち切り誤差の高次項と考えられる．

3．打ち切り誤差の２次近似までを考慮した高精度計算

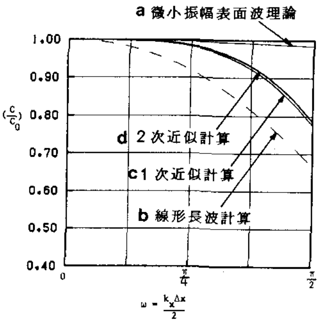
式(1)と同様にして，打ち切り誤差の２次近似までを考慮した高精度計算式は，式(2)となる．

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \\ &\frac{\partial M}{\partial t} + c_0^2\frac{\partial \eta}{\partial x} = a\,\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} + b\,\frac{\partial^5 M}{\partial t \partial x^4} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$a = \frac{h^2}{3} - \frac{\Delta x^2}{12}\,(\,1 - K^2)$$

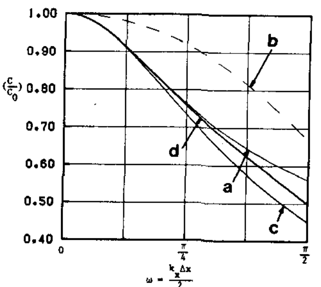
$$b = 2\,\frac{h^4}{15} - \frac{\Delta x^4}{960}\,(\,1 - K^4 + \frac{80h^2}{3\Delta x^2}\,)$$

式(2)の波数分散性を図-３に示す．　縦軸は線形長波波速との比(C/C0)，横軸は無次元波数(ω=K*Δx/2)である．太線(d)が式(2)，中線(c)が式(1)，細線(a)が真値である微小振幅表面波理論，点線(b)が線形長波計算の波数分散性である．(i)がh/Δx=0.1，　(ii)がh/Δx=1.0の場合である．打ち切り誤差の高次項が影響してくるh/Δxの小さい場合の(i)については，１次近似でも２次近似でも同じ分散性を示すことがわかり，高次項を考慮しても精度の向上は望めないことを示す．よって，１次近似高精度計算を用い，そのh/Δxからみた適用範囲を決めれば精度の向上が計られると思われる．



K_x = 0.5 , $\frac{h}{\Delta x}$ = 0.1

(i)

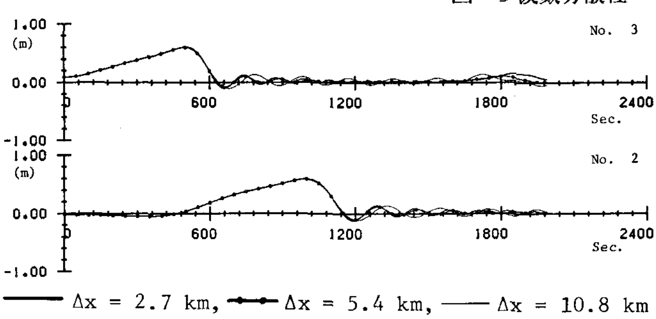


K_x = 0.5 , $\frac{h}{\Delta x}$ = 1.0

(ii)

図－３波数分散性

図-４は図-１と同じ初期波形で，水深（水平床）を変えた場合の計算結果比較である．水深は3000mである．主峰のみの形についてのみ問題とするなら，水深3000mならΔxの違いによる主峰の差はほとんどない．すなわち，おおよそh/Δx>0.3（Δx=10.8kmでh/Δx=0.28である）であれば最も重要な主峰の形状は精度良く計算できると思われる．



図－４　3000m水平床での計算結果

4．おわりに

水深と差分格子幅との比の下限を決めることにより，前報[1)]で提案した高精度計算法で，外海域における津波の数値計算の精度の向上を計ることができた．その適用範囲は，0.3<h/Δx<2.0であり，この範囲内で計算領域の差分格子幅を決めればよい．しかし，図-４は初期波形により，結果（適用範囲）が異なると思われるが，用いた波形は実際の津波波形であり，また，分散性の強い波形と思われるため問題はないと思う．

参考文献

1)佐山順二，後藤智明，首藤伸夫：外海域における津波高精度計算法，昭和61年度東北支部，1987

2)佐山順二，今村文彦，後藤智明，首藤伸夫：外海域における津波の高精度計算法に関する検討，第34回海岸工学講演会論文集，pp.177-181，1987