衝撃点にロードセルを有する平板の衝撃応答解析

岩手大学工学部　正員　○岩崎　正二
日本大学生産工学部　正員　能町　純雄

1．まえがき

衝撃荷重を受ける構造物の動的挙動を明らかにするためには、まず衝突によって構造物表面に生ずる衝撃力を求めなければならない。実際の衝撃載荷試験では、直接試験体に重錘を落下させる方法の他に、試験体上に入力波検知用の丸鋼棒あるいはロードセルを設置し、その上に重錘を落下させる方法をとっている。後者の方法によれば、鋼棒のひずみ等を測定することにより衝撃力を推定することも可能である。しかしながらこのような方法をとるためには試験体上に設置するロードセル・鋼棒が衝突衝撃力にどの様な影響を与えるかを明確にしておかなければならない。著者らは先にロードセルなどを剛体と考えることにより理論的に衝突衝撃力を求めた。[1]　今回はロードセルなどを弾性体として取り扱う。従って本報告では、載荷点に弾性体を有する平板上に、異なる重量の剛体を落下させる問題を考え、それらの物体の重量比によって衝突衝撃力がどの様に変化するかを理論的に明らかにしようとしたものである。

2．解析理論

衝撃点で質量M_1の弾性体（ロードセル）を有する無限平板上に、質量M_0の剛体が衝突する問題を考える。無限平板のたわみの曲げ振動方程式は極座標を用いて表すと、次式のようになる。

$$\left(D\nabla^4 + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)w = P \qquad (1)$$

ここで、$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)^2$,　$D = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1^2)}$

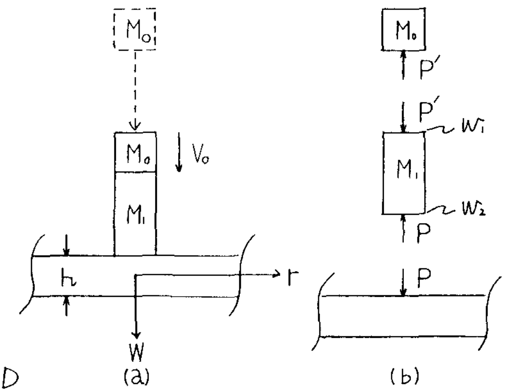
E_1は板の弾性係数、ν_1は板のポアソン比、hは板厚、ρは板の単位体積質量、wは任意点のたわみを表す。

r＝0に集中衝撃荷重P(t)が作用する場合には、上式にハンケル・ラプラス変換を行う。

$$H_m[\bar{w}] = \frac{1}{2\pi\rho h}\frac{\bar{P}(s)}{s^2 + C_b^2 m^4} \qquad (2)$$

ここで、$H_m[w(r)] = \int_0^\infty r\,w(r)J_0(mr)\,dr$,　$C_b^2 = \frac{D}{\rho h}$

$$\bar{w} = \int_0^\infty w e^{-st}dt, \qquad \bar{P}(s) = \int_0^\infty P(t)e^{-st}dt$$



図－1

J_0：0次のベッセル関数

式(2)を逆変換すると、任意点のたわみは

$$w(r,t) = -\frac{C_b}{4\pi D}\int_0^t P(\tau)\,si\left(-\frac{r^2}{4C_b(t-\tau)}\right)d\tau \qquad (3),\qquad si(x) = -\int_x^\infty \frac{\sin u}{u}du$$

r＝0でのたわみw_2は

$$w_2(t) = \frac{C_b}{8D}\int_0^t P(\tau)\,d\tau \qquad (4)$$

次に質量M_0の剛体がV_0の初速度で質量M_1の弾性体上に衝突する場合（図1-(a)）、剛体と弾性体の運動方程式は次のようになる（図1-(b)）。

$$M_0\ddot{w}_1 = -P' \qquad (5)$$

$$M_1\frac{\ddot{w}_1 + \ddot{w}_2}{2} = P' - P \qquad (6)$$

ここでP'，Pは弾性体の上端、下端の衝撃力、w_1，w_2は上端、下端の縦方向変位を表わす。$\dot{W} = \frac{\partial W}{\partial t}$
一方、弾性体の力と変位の関係式は次式のようになる。

$$\frac{P' + P}{2} = K(W_1 - W_2) \quad (7)$$

ここで、$K = E_2 A_2 / \ell$，E_2，A_2，ℓはそれぞれ弾性体の弾性係数、断面積、長さを表わす。

式(4)、(5)、(6)、(7)にラプラス変換を施し、整理すると

$$\bar{P}(S) = \frac{V_0 K (1 - b_1 S^2)}{a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4} \quad (8)$$

ここで、 $a_1 = \frac{M_1 C_b}{32D}$，$a_2 = 1 + \frac{\alpha}{4}$，$a_3 = (1+\alpha)\frac{C_b K}{8D}$，$a_4 = \frac{K}{M_0}$，$b_1 = \frac{M_1}{4K}$，$\alpha = \frac{M_1}{M_0}$

式(8)の分母のSに関する3次方程式の根をβ_1，$\beta_2 \pm i\gamma_2$とすると、式(8)のラプラス逆変換の式は次のようになる。

$$P(t) = V_0 K \{ \phi_1 e^{\beta_1 t} + 2 e^{\beta_2 t} (C_1 \cos\gamma_2 t - C_2 \sin\gamma_2 t) \} \quad (9)$$

ここで、

$$\phi_1 = \frac{1 - b_1 \beta_1^2}{3a_1\beta_1^2 + 2a_2\beta_1 + a_3}, \quad C_1 = \frac{R_1 Q_1 + R_2 Q_2}{Q_1^2 + Q_2^2}, \quad C_2 = \frac{R_2 Q_1 - R_1 Q_2}{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$R_1 = 1 - b_1(\beta_2^2 - \gamma_2^2),\ R_2 = -2b_1\beta_2\gamma_2,\ Q_1 = 3a_1(\beta_2^2 - \gamma_2^2) + 2a_2\beta_2 + a_3,\ Q_2 = 2\gamma_2(3a_1\beta_2 + a_2)$$

弾性体を剛体として扱った場合（K→∞）では、衝撃力は次のようになる。

$$P(t) = \eta M_0 V_0 e^{-\eta t} \quad (10)$$

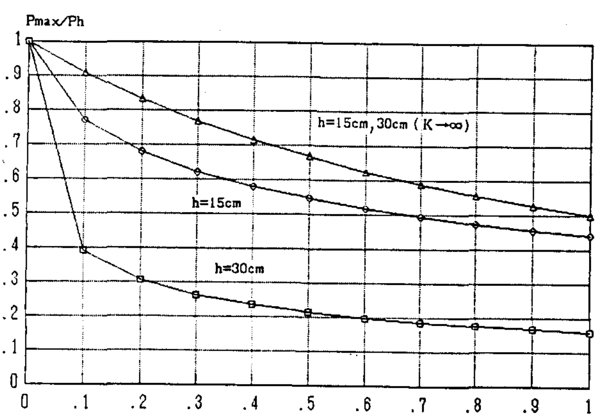
ここで、 $\eta = \frac{1}{1+\alpha} \frac{8D}{C_b M_0}$

3．数 値 計 算 例

数値計算例はコンクリート無限平板の中央に剛体が自然落下する問題を取り扱った。

なお計算にあたっては次のような数値を用いた。

板厚　　　　：$h = 15.0,\ 30.0$(cm)
板のヤング率　：$E_1 = 3.0 \times 10^5$ (kg/cm²)
板のポアソン比：$\nu_1 = 0.167$
板の密度　　：$\rho g = 2.2932 \times 10^{-3}$ (kg/cm³)
弾性体のヤング率：$E_2 = 2.1 \times 10^6$ (kg/cm²)
弾性体の密度　：$\rho g = 7.85 \times 10^{-3}$ (kg/cm³)
弾性体の断面積：$A_2 = 78.5$ (cm²)
弾性体の長さ　：$\ell = 0.0 \sim 113.54$ (cm)
落体重量　　：$M_0 g = 70.0$ (kgf)
剛体の重量比　：$\alpha = 0.0 \sim 1.0$
接触半径　　：$a = 5.0$ (cm)
初速度　　　：$V_0 = 5.0$ (m/sec)



図－2

図－2はPmax/Ph（最大衝撃力/α＝0の最大衝撃力）と剛体の重量比αとの関係を表したものである。

【参 考 文 献】

1）岩崎正二、能町純雄：ロードセルによる衝突衝撃力の測定に関する一考察（平板構造物）、第42回土木学会全国大会講演概要集、昭和62年9月、p622