

1. はじめに

トラスの最適設計を構造レベルの最適化と断面レベルの最適化に分離して解く、いくつかの2段階最適化手法が開発されている。いずれの方法も構造レベルの最適化の設計変数を節点座標と断面積としており、断面寸法は、断面レベルの最適化で求めるものとしている。この断面レベルの最適化は、各部材で行われ、しかも構造レベルの最適化において数多く繰り返し計算されるものであるから、効率的であることが要求される。本論では、断面レベルの最適化を必要最小断面積で整理し、これが簡単な近似式で表現されることを示す。この方法によれば、断面レベルの最適化は関数値を求めることにすぎなくなり、非常に効率的となる。

2. 断面レベルの最適化から求められる必要最小断面積 A_{il}

ここでは、正方形箱型断面を例にとって必要最小断面積の近似式が、ごく簡単に軸力と部材長で表現されることを示す。軸圧縮力を受けるトラス部材の最適断面を求めると、これらの最適解を決定するアクティブな制約条件は、軸力 P_i と部材長 l_i によって、a) 最小板厚と最大細長比、b) 部材長と断面によって異なる許容応力と最小板厚、および c) 鋼種によって異なる許容応力の最大値 σ_{oas} (表1) の3ケースのいずれかであることがわかる。このため、これら3ケースの必要最小断面積をそれぞれ A_{si} 、 A_{st} および A_{σ} とすると、次のように表現できる。

1) A_{si}

これは、最小板厚 $t_L = 0.8 \text{ cm}$ と最大細長比 $(l/r)_U = 120$ の連立方程式から、次のように求められる。

$$A_{si} = 1.6 \{ 24 (l_i / 120)^2 - 1.6^2 \}^{0.5} \quad (1)$$

2) A_{st}

部材長と軸力で異なる最適許容応力 σ_{opt} (図1) から決定される断面積 $A_{st} (= P_i / \sigma_{opt})$ は、 σ_{opt} 曲線を次式で近似することによって、簡単化される。この A_{st} で決定するのは図1の σ_{opt} 曲線の曲線部分であるからこの範囲を

$$\sigma_s^* = \alpha^* \beta^* P_i / (1 + \alpha^* P_i) \quad (2)$$

と考え、各部材長毎に σ_{opt} 曲線との誤差を最小とする α^* 、 β^* を求めると図2となった。この図から、部材長に対し、 α^* は双曲線のように変化し、 β^* は一定値となったので、

$$\alpha^* = \alpha / l_i, \quad \beta^* = \beta \quad (3)$$

とおくと、(2)式は

$$\sigma_s^* = \alpha \beta P_i / (1 + \alpha P_i) \quad (4)$$

となる。この α 、 β を(4)式の σ_s^* と σ_{opt} の誤差が最小となるよう計算したのが表2である。(4)式から、 A_{st} は

$$A_{st} = l_i / (\alpha \beta) + P_i / \beta \quad (5)$$

表1 σ_{oas} と k_i パラメータ

kind	σ_{oas}	k_1	k_2	k_3
SM41	1400	20	93	8.4
SM50	1900	15	80	13
SM53	2100	14	76	15
SM58	2600	18	67	22

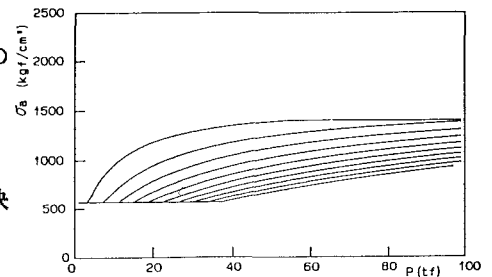


図1 最適許容応力 (SM41, 上から $l_i = 1, \dots, 10 \text{ m}$)

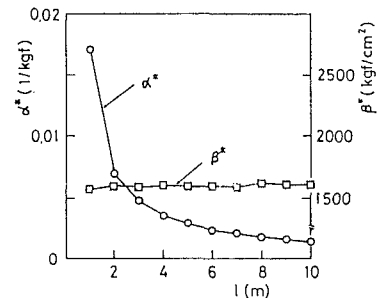


図2 α^* と β^*

となる。この近似による誤差の最大は数%である。

3) A_0

これは許容応力の最大値 σ_{000} で決定している場合である。このため、断面積 A_0 は鋼種によってのみ異なる定数 σ_{000} (表1) から、

$$A_0 = P_i / \sigma_{000} \quad (6)$$

となる。

この結果1) - 3) から、断面レベルの最適化によって、圧縮部材の必要最小断面積 A_{11} は

$$A_{11} = \max (A_{s1}, A_{st}, A_0) \quad (7)$$

となる。この(7)式から求められた A_{11} を最適解と比較したのが図3である。誤差の最大は数%である。

また、引張部材の必要最小断面積は、許容応力が一定であるため、

$$A_{11} = \max (A_{s1}, A_0) \quad (8)$$

となる。ただし、引張部材の最大細長比は200であるから、(8)式の A_{s1} は(1)式で120を200とした値である。

3. 近似式(5)の考察

必要最小断面積が(5)式のような簡単な近似式で表現されることについて考察した。最適断面の断面積 A と断面2次モーメント I の関係は図4に示すように、

$$I = 0.0181 A^{2.98} = A^3 / 7.43^2 \quad (9)$$

である。これに対し、最適断面は局部座屈を考慮する板厚にはなっていないため、細長比を表1に示す k_1 から k_2 に限ると、許容応力は次式で与えられる。

$$\sigma_a = \sigma_{000} - k_3 (l/r - k_1) \quad (10)$$

そこで(9)式を(10)式に代入し、 $\sigma_a = P_i / A$ 、 $r = (I/A)^{0.5}$ の関係から、

$$A = l_i / (\alpha' \beta') + P_i / \beta' \quad (11)$$

$$\text{ここで } \alpha' = 1 / (7.43 k_3), \beta' = \sigma_{000} + k_1 k_3 \quad (12)$$

となり、(5)式と一致した関係式となっていることがわかる。(11)式のパラメータ α' 、 β' を表3に示す。これを(5)式の α 、 β (表2) と比較すると、上位の鋼種では若干異なるが、良い一致を見せている。

4. おわりに

このような近似によれば、数%の誤差があるものの、従来に比べて非常に効率のよい断面最適化ができる。精度を高くする必要がある場合には、この方法は、初期の試行時に活用できる。本論で計算されているのは、正方形箱型断面という限られた範囲のものであるが、他の断面についても(9)式のような関係が見いだせると、同様の近似解法が利用できるものと考えている。なお、制約条件は道路橋示方書・同解説(昭和55年)に従った。

表2 α と β

kind	α (cm/kgf)	β (kgf/cm ²)
SM41	0.0153	1590
SM50	0.0962	2190
SM53	0.00911	2290
SM58	0.00689	2800

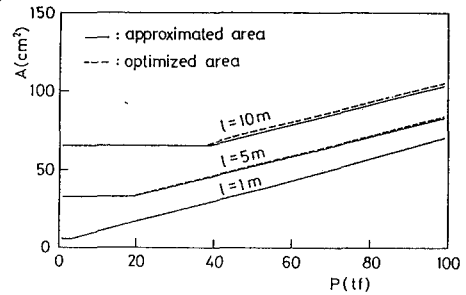


図3 必要最小断面積の最適解と近似解(SM41)

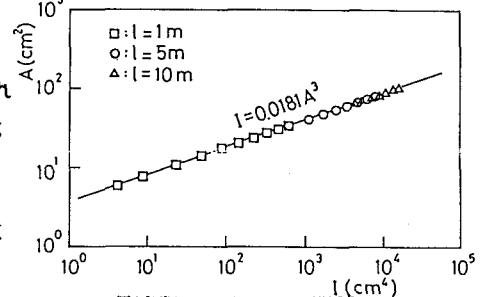


図4 最適断面の A と I の関係(SM41)

表3 α' と β'

kind	α' (cm/kgf)	β' (kgf/cm ²)
SM41	0.0160	1570
SM50	0.0103	2100
SM53	0.00897	2310
SM58	0.00612	3000