

## 箱形断面を有するはりの弾塑性解析

秋田高専 正員 ○ 堀江 保  
秋田大学 正員 薄木征三

### 1. はじめに

本報告は、曲げを受ける箱形断面薄肉部材の弾塑性状態に対するせん断変形の影響を検討したものである。特にスパン長に比べ桁高の高い箱形断面を有するはりが曲げを受けた場合、フランジ上の弹性直応力はせん断変形により一定分布せずせん断遅れ現象を呈する。このような場合、ウェブとの接合部での最大直応力は、通常のはり理論より得られる値より大きくなるため、降伏が始まる荷重は、せん断変形を考慮することにより小さくなることが予想される。ここでは、単純桁を対象に、著者らの展開したせん断変形を考慮した薄内ばかり理論<sup>1)</sup>より求められる降伏荷重をはり理論および有効幅より得られる値と比較せん断変形の影響を検討した。また、弾塑性状態のはりのフランジおよびウェブの塑性域の広がりを求める手順についても考察を加えた。

### 2. 解析方法および計算例

せん断変形を考慮した弾性はり理論の直応力 $\sigma$ は次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$\sigma = -E_x u_b'' \left\{ 1 + \frac{u_s''}{u_b''} \left( 1 - \frac{J_y}{x K_{yy}} B_x \right) \right\} \quad \dots (1),$$

ここで、 $u_b$ 、 $u_s$ は各々曲げおよびせん断によるたわみを表し、ダッシュは部材軸方向 $z$ に関する微分を表す。 $u_b''$ 、 $u_s''$ は桁形式および荷重状態が決まれば任意の $z$ に対して荷重の関数として与えられる。また、 $S_x$ 、 $B_x$ は $x$ に関する座標を表し、 $J_y$ 、 $K_{yy}$ はこれらの座標による断面量で次式のように定義した。

$$S_x = \int_{S_1}^S x t \, ds, \quad B_x = \int_{S_1}^S S_x / t \, ds \quad (3) \quad a, b \quad J_y = \int x^2 dF, \quad K_{yy} = \int x B_x dF \quad (4) \quad a, b$$

これら、 $S_x$ 、 $B_x$ および $J_y$ 、 $K_{yy}$ は横断面形状寸法が決まれば与えられ、箱形断面に対するこれらの値は文献3)に示されている。

ここで解析の対象とする荷重は、単純桁の桁中央断面において降伏が始まる荷重から全断面が塑性するまでの荷重である。図-1に降伏が始まる時のはり理論と本理論による直応力の分布を示す。はり理論ではフランジがすべて降伏するのに対し、本理論では、せん断遅れによりウェブとの接合部より降伏が始まる。これらの荷重範囲をモーメントで表すと

$$M_y \leq M \leq M_p \quad \dots (5)$$

となる。ここで、 $M_y$ は降伏モーメント、 $M_p$ は塑性モーメントである。これを塑性モーメント $M_p$ で正規化することにより各荷重形式について(5)式は次のようになる。

$$\text{等分布 } \frac{2(1+3\alpha\beta)}{3(1+2\alpha\beta)} - \frac{1}{q_1} \leq \bar{M} \leq 1 \quad \text{集中 } \frac{2(1+3\alpha\beta)}{3(1+2\alpha\beta)} - \frac{1}{P_1} \leq \bar{M} \leq 1 \quad (6) \quad a, b$$

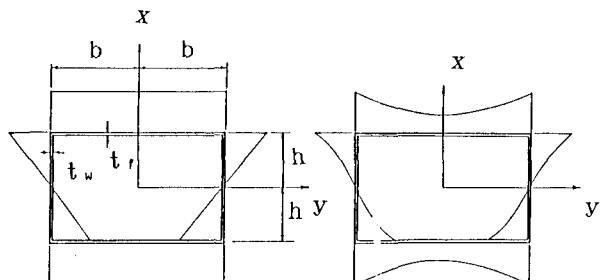


図-1

(6) 式において  $q_1$ 、 $P_1$  は次式で与えられるが、はり理論ではそれらが 1 となる。

$$q_1 = 1 + \frac{2E}{G} \left( \frac{2h}{l} \right)^2 \left( 1 - \frac{1}{\cosh k l / 2} \right) \frac{(1+15\alpha^3\beta)}{15(1+3\alpha\beta)} \quad \text{--- (7) a}$$

$$P_1 = 1 + \sqrt{\frac{E}{G}} \left( \frac{2h}{l} \right) \tanh \frac{kl}{2} - \frac{(1+15\alpha^3\beta)}{3m_2} C_p \quad \text{--- (7) b}$$

(7) 式において次の記号を用いた。

$$C_p = \frac{21m_2^2}{\sqrt{105m_1m_2(5m_1m_3 - 21m_2^2)}} \quad \text{--- (8) a}$$

$$m_1 = 1 + 3\alpha\beta$$

$$m_2 = 2 + 10\alpha\beta + 30\alpha^2\beta^2 + 5\alpha^3\beta$$

$$\begin{aligned} m_3 &= 17 + 119\alpha\beta + 315\alpha^2\beta^2 \\ &+ 315\alpha^3\beta^3 + 70\alpha^3\beta + 210\alpha^4\beta^2 \\ &+ 42\alpha^5\beta \end{aligned} \quad \text{--- (8) b-d}$$

$$(kl)^2 = \frac{G}{E} \left( \frac{l}{h} \right)^2 \frac{105m_1m_2}{5m_1m_3 - 21m_2^2} \quad \text{--- (8) e}$$

ここで、 $\alpha = b/h$ 、 $\beta = t_f/t_w$  とおいた。

桁中央において降伏がはじまる時の荷重を比較するために  $M_y/M_p$  の計算例を示したのが図-2である。 $\alpha = 1.0$ 、 $\beta = 2.0$  の断面について、スパン長に対する桁高の比  $2h/l$  を横軸にとって示した。図中、破線ははり理論、一点鎖線は有効幅を用いた値、実線は本理論による値を示す。有効幅による値は

$$\frac{M_y}{M_p} = \frac{2(1+3\alpha\beta\psi)}{3(1+2\alpha\beta)} \quad \text{--- (9)}$$

で与えられ、 $\psi = \lambda/b$  は有効幅比を表す。計算には道路橋示方書の有効幅を用いた。等分布荷重、集中荷重とも  $2h/l$  の増加に伴いせん断変形の影響により降伏モーメントが低下するのがわかる。

特に、本理論の集中荷重では  $2h/l$  が小さい範囲でもかなりの低下が認められる。

### 3. 塑性域の広がり

図-3 に示すように任意の荷重に対する任意断面位置のフランジ、ウェブの弾性部分の長さを  $C_f$ 、 $C_w$  とき、図のような応力分布を仮定することにより塑性域の広がりが計算できる。その際、(6) 式の範囲で任意の  $M$  を与え、仮定した応力分布を断面内積分して得られる断面力と外力によるものが等しいという条件より任意の  $z$  における  $C_f$ 、 $C_w$  が求められる。そして、これらよりある荷重における塑性域の広がりが計算できる。

参考文献 1) 稲農、薄木、堀江：せん断変形を考慮した薄肉断面直線ばりの理論、土木学会論文集、No.282

2) 堀江、薄木：縦リブを有する箱桁の有効幅について、第39回年次講演会概要集 I-177、1984

3) 堀江、薄木、長谷部、渡辺：曲げを受ける薄肉部材のせん断変形解析、橋梁と基礎、VOL.20, No.12

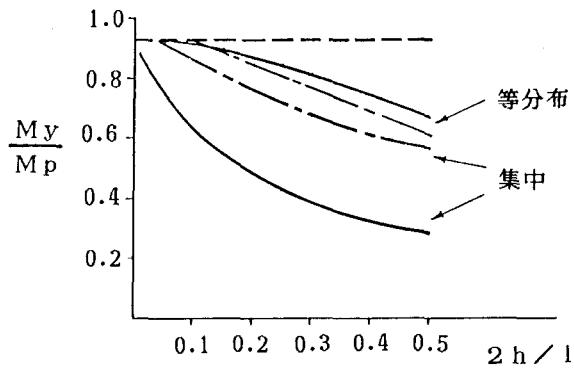


図-2

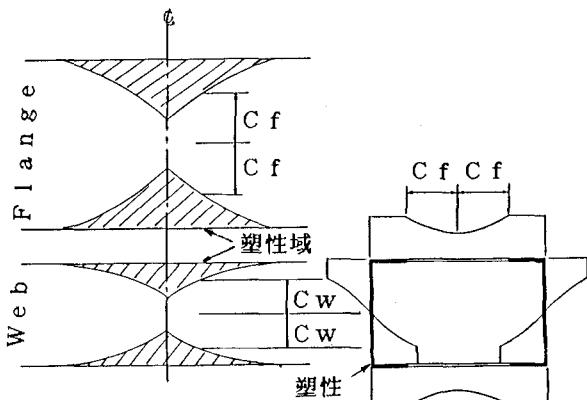


図-3