

粒状体の変形過程におけるエネルギーの考察

東北大学工学部 学生員 〇佐藤 亮一
 同上 正員 佐武 正雄
 同上 正員 岸野 佑次

1. まえがき

従来、粒状体の構成式などの考察にエネルギーを用いたものとして、RoweやRoscoe⁵⁾をはじめ数多くの研究があるが、最近用いられつつある粒状体モデルのシミュレーション解析により、微視的にエネルギーを考察する事が可能となってきた。粒状体の変形を受けると、剛体の粒子には相対変位が生じ、摩擦により散逸エネルギーが生じる。本文では主にこの散逸エネルギーに着目し、シミュレーション解析により得られる変形過程のデータについて散逸エネルギーの分布特性や回転の影響などについて考察したものである。

2. 解析方法

本解析においては、粒状体を図-1のように2次元剛体粒子とし、粒子間の法線及び接線方向にバネが存在し、モール・クーロン則に従う滑りを仮定したモデルを用いた。この解析は粒子に与える不釣り合い力をその粒子を微小移動させることにより接触力を変化させ、不釣り合い力を解消する粒子の移動量を求め、ある所定の精度が得られるまで粒子の移動を繰り返して解を求めるものである¹⁾。

以下の解析では円形境界上に粒子を配置し、領域内にランダムに粒子を配置したものを平均応力一定、歪制御で2軸圧縮により行った²⁾。これにより得られた情報を用いて、単位面積当たりの散逸エネルギー増分、弾性エネルギー、外部仕事の増分、 $\Delta W_p, W_e, \Delta W$ を求める。するとエネルギー保存則により次式が成り立つ。 $\Delta W = \Delta W_p + \Delta W_e$ (1) 外部仕事の増分は境界粒子のなす仕事増分として計算される。散逸エネルギーは次の様に求められる。図-2において粒子*i*と*j*の位置ベクトルの変位量を $\Delta x_i, \Delta x_j$ とすると、接触点*a*の接線方向の相対的な変位量*L*は次式となる。

$L = |t \cdot (\Delta x_i - \Delta x_j) + (r_i \Delta \omega_i + r_j \Delta \omega_j)|$ (2) ここで*t*は接線方向の単位ベクトル、*r_i*、*r_j*と $\Delta \omega_i$ 、 $\Delta \omega_j$ はそれぞれ粒子*i*と*j*の半径と回転増分である。これを用いれば ΔW_p は次式により求める。

$$\Delta W_p = \frac{1}{A} \sum (\Delta W_p)_a \quad (3) \quad (\Delta W_p)_a = \bar{F}_t (L - \ell) \quad (4)$$

ここに*A*は解析領域の面積、 $\bar{F}_t$ は接触力の接線方向成分のステップ前後の平均である。 ℓ は接線方向の弾性変形による変位量でありバネの力と変位の線形的な関係により求まる。一方、弾性エネルギーは $(W_e)_a = R_n^2 / 2k_n + R_t^2 / 2k_t$ (5) で計算される。ここで*k_n*、*k_t*はそれぞれ法線方向、接線方向のバネ定数である。また、散逸エネルギーに関して散逸が生じる面の方向の分布を定量化するために次のような量を定義する。

$D = \frac{1}{A} \sum (\Delta W_p)_a n_i n_j$ (6) ここに、*n_i*は接面面の単位法線ベクトルである。*D*は散逸エネルギーの重みを掛けたファブリックテンソルとなっている。*D*の主値を*q₁*、*q₂* (*q₁* ≥ *q₂*) とする。以上の解析を表-1に示した条件で行った。

表-1 解析に用いた定数

粒子数	133 個
平均応力	$4 \times 10^5 \text{ dyne/cm}^2$
粒子間摩擦角	30°
法線方向ばね定数	$6 \times 10^7 \text{ dyne/cm}^2$
接線方向ばね定数	$4 \times 10^7 \text{ dyne/cm}^2$

3. 結果及び考察

図-3に考察を行ったシミュレーション解析の、応力比-せん断歪ヘダileyタンシー-散逸エネルギー-関係を示す。同図に示される様に、散逸

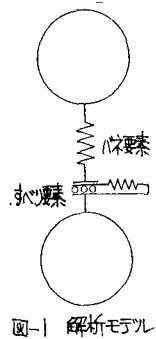


図-1 解析モデル

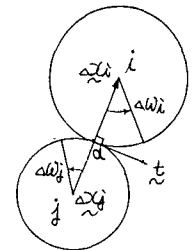


図-2 接触粒子の変位と回転

エネルギーは応力比が急変する、不安定な変形を生じるステップにおいて大きな値をとっている。図-3のA点、B点についてそのステップの全散逸エネルギーに対する接触角毎の散逸エネルギーの割合を示したのが図-4である。斜線部は接触角毎の最大の散逸が生じる接触における散逸エネルギーの占める割合である。これらの図から、散逸エネルギーは特定の接触点において生じ、巨視的な滑り面は発生していないことが注目される。また、より求まる異方度 ($\varphi_1 - \varphi_2$) と散逸エネルギー ($\varphi_1 + \varphi_2$) の関係

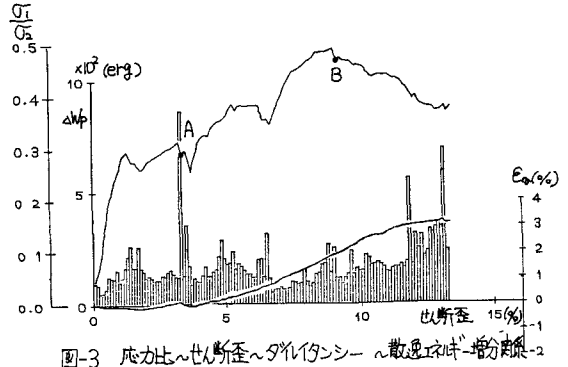


図-3 応力比とせん断歪～ダイレイタンシー～散逸エネルギー増分

を調べると図-5の様になる。この図から散逸エネルギーが増大すると異方度も大きくなることが注目される。また、図-6に主軸の方向 (φ_1 の方向と水平方向の角度) を示す。この図は、 φ_1 の主軸の方向はせん断歪の増加に伴い正負交互に変化しており、このことから滑りが特定の方向に集中していないことがわかる。また、正負の振幅の中心が徐々に正の側にシフトしているが、これは粒状体内部に誘導異方性が発達していることを示していると考えられる。

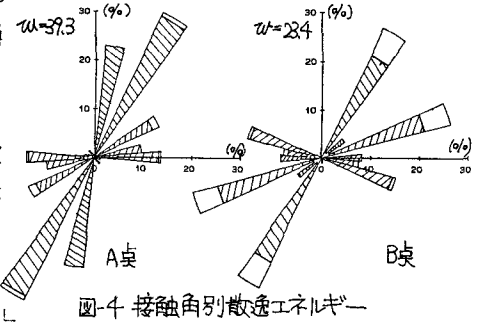


図-4 接触角別散逸エネルギー

粒の間の滑りは(3)式からわかるように、粒の相対的平行移動と相対回転によって生じるが、散逸エネルギーに対するこれらの寄与率を調べた。各ステップごとの全散逸エネルギーに対する各接触粒子の重心位置の相対変位による散逸エネルギーの比率 w と ΔW_p の関係を示したのが図-7である。この図より回転の影響がかなり大きい(平均値約70%)ことがわかり、また ΔW_p が大きいところでは比較的小さい w が大きい傾向もある程度観察される。

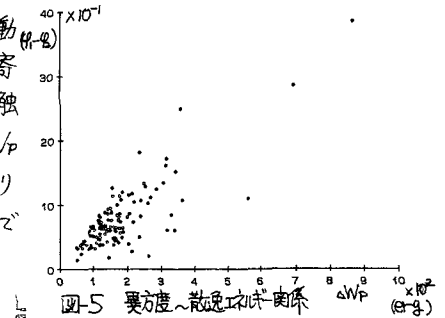


図-5 異方度～散逸エネルギー関係

4. あとがき

以上、簡単に粒状体シミュレーション解析における結果の考察を述べたが、粒子数の大きな場合には上記の解析に含まれるばらつきなどが平均化されてくると考えられるので、今後さらに詳細な研究を進めたい。

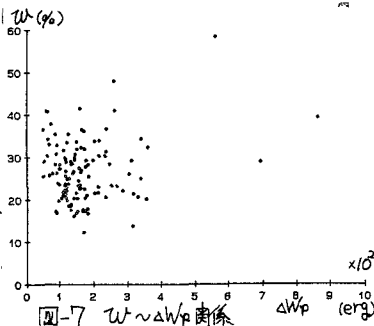


図-7 $w \sim \Delta W_p$ 関係

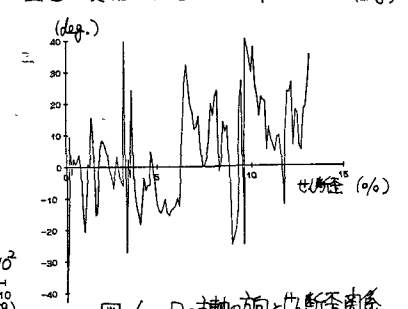


図-6 φ_1 の主軸の方向とせん断歪の関係

参考文献

- 1) 岸野佑次「粒状体の新しいシミュレーション解析法とその応用」第41回年次講演会Ⅲ-122(1986)243~244
- 2) 荒木、佐武、岸野「粒状体のダイレイタンシー特性に及ぼす異方性の影響」昭和64年度東北支部学術大会要旨(1987)