

レーリー波伝播時の砂地盤内の応力分布

東北大学工学部 学生員 ○ 山崎 潔
 同上 正会員 柳沢 栄司
 同上 学生員 大宮 宏之

1. はしがり

埋設管の耐震性や地盤の液状化災害を考える場合に、表面波の影響は無視できない大きさであると言われている。事実、過去の地震における液状化災害を見ると、明らかに表面波の影響によると思われる残留変形が認められ、液状化に及ぼす表面波の影響を詳細に検討する必要がある。しかし表面波の応答は実体波の応答に比較して複雑であり、従来からあまり検討がなされていない。そこで、レーリー波伝播時の地盤内の変形や応力について特に液状化判定を目的とした基本的な性状について考察を行なったので、その一部を報告する。

2. 半無限地盤におけるレーリー波の特性

半無限弾性地盤におけるレーリー波の伝播速度はよく知られるように弾性定数によって異なり、下に示す方程式の根として求められる。

$$(V_R^2/V_S^2)^3 - 8(V_R^2/V_S^2)^2 + (24 - 16V_S^2/V_P^2)(V_R^2/V_S^2) - 16(1 - V_S^2/V_P^2) = 0 \quad (1)$$

また、レーリー波による上下方向の変位 u 、水平方向の変位 w は下式により求まる。

$$\begin{cases} u = E \xi^3 \{ A e^{-2\pi B z/L} - 2BC \cdot e^{-2\pi C z/L} \} \cdot \sin(\omega t - \xi x) & (2) \\ w = -E \xi^3 \{ B \{ A e^{-2\pi B z/L} - 2 \cdot e^{-2\pi C z/L} \} \} \cdot \cos(\omega t - \xi x) & (3) \end{cases}$$

ただし、 E : 定数、 L : レーリー波の波長、 $\xi = 2\pi/L$: 波数
 T : レーリー波の周期、 $\omega = 2\pi/T$: 角振動数
 $A = 2 - V_R^2/V_S^2$, $B = \sqrt{1 - V_R^2/V_P^2}$, $C = \sqrt{1 - V_R^2/V_S^2}$

図-1 は、ポアソン比の変化にともなう u/w の比率を基準化した深さ z/L に対して記したものである。図から明らかのようにポアソン比の影響が明らかに認められる。ヤング率も変化すれば当然変位は線型関係で変化することになる。また、 u と w とは位相が 90° 異なり、波の進行にともないオービットは反時計まわりとなる。

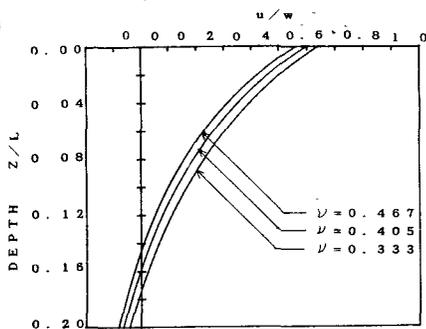


図-1 変位の比の深さ方向の変化

図-2 は、同じ条件下で鉛直応力 σ_v と水平方向応力 σ_h による軸差応力の最大値 $a = (\sigma_v - \sigma_h)/2$ と水平面での最大せん断応力 $b = \tau_{vh}$ の比率をとったものである。図より明らかのように、この比率はポアソン比が変化してもほとんど変化しない。このことは、応力振幅比が標準化された深さ z/L に対してほとんど一義的に定まることになる。

図-3 は、同じ条件下でせん断歪 γ の最大値と体積歪 ϵ_v の最大値の比率をとったものである。

$$\begin{cases} \epsilon_v = -A(1-B^2) \cdot E \xi^4 e^{-2\pi B z/L} \cos(\omega t - \xi x) & (4) \\ \gamma = 2AB \cdot E \xi^4 \cdot e^{-2\pi B z/L} (e^{2\pi(B-C)z/L} - 1) \cdot \sin(\omega t - \xi x) & (5) \end{cases}$$

図より明らかのように、この比率はポアソン比の影響が認められ、ポアソン比が大きい程この比率が大きくなる。

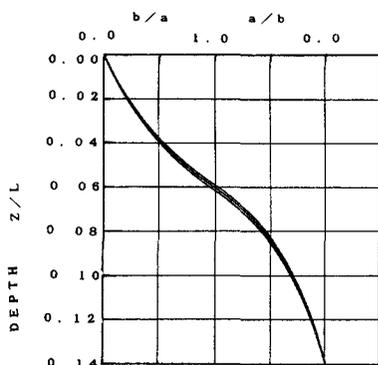


図-2 応力振幅比の深さ方向の変化

3. レーリー波における応力と歪について

入力としては最大地表水平加速度を用いる。杉戸らは強震記録を表面波と実体波に分離した。それによると原記録、分離した表面波、実体波の最大加速度を各々 a, a_s, a_b (水平、垂直成分を H, V と添字で示す)とする時、 $a_b = a$, $a_s = 0.15a$ となり、また経験的に200gal程度の地震時には $a_v = 0.4a_H$ が成り立つとしている。ここでは \sin 波を入力波としているので $a_v/a_H = \omega/\omega_0$ が成り立ち、半無限地盤では理論的に垂直加速度の方が水平加速度より大きく1.5~1.8倍程度になる。そこで我々は理論値と実測値の間をとって $a_v = 0.6a_H$ とした。よって $a_{sv} = 0.15a_v = 0.09a_H$ となる。

一方、(3)より $a_{sv} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = E \cdot \omega^2 \xi^3 \cdot B(A-2) = E \cdot \omega^2 \xi^3 \cdot B \cdot V_R^2/V_S^2$ が成り立ち、 $E = \rho \cdot L \cdot a_{sv} / 2\pi \mu \cdot \xi^3 \cdot B \cdot (V_R^2/V_S^2)$ となる。

液状化の判定を繰り返して応力比 $(\sigma_v - \sigma_H) / 2\sigma_c'$ で行うこととする。

$$\frac{\sigma_v - \sigma_H}{2\sigma_c'} = \frac{\rho \cdot L \cdot a_{sv}}{\sigma_c'} \cdot \frac{A(B^2+1)}{2\pi B(V_R^2/V_S^2)^2} \left\{ e^{-2\pi B z^2} - \frac{4BC}{A(B^2+1)} e^{-2\pi C z^2} \right\} \quad (6)$$

で与えられる。ここでは飽和密度 $\rho = 1.97 \text{ t/m}^3$, $\rho_0 = 1.90 \text{ t/m}^3$, $K_0 = 0.5$ とし、地下水位は(G.L.-1m)で σ_c' を計算した。

まず、ポアソン比の変化にともなう繰り返して応力比の変化を調べるため、 $L = 500 \text{ m}$, $a_H = 150 \text{ gal}$ と固定した結果を図-4に示した。図から明らかなように、ポアソン比の影響はほとんど認められない。よって次に、波長 L による変化を図-5に示した。 $(\nu = 0.405, a_H = 150 \text{ gal})$ 図から明らかなように、レーリー波の波長が長い程応力比が大きくなる。

加速度の影響は、(6)より ω が一定であれば加速度が倍になるとは応力比も倍になるが、ある応力比になる深さ又は加速度と線形関係とはならず、図-6に示すようになる。同一の地表面加速度に対し地盤の液状化強度を示す応力比が大きければ、液状化する層厚は小さいが、応力比が小さい場合は液状化層厚が大きくなること知られる。

4. あとがき

レーリー波を対象として、砂地盤の液状化に及ぼす表面波の影響について検討を加えてみた。

ここでは線形弾性の半無限地盤を仮定しているのので、層状地盤とは挙動が異なる点がある。今後は、多層地盤について検討する必要がある。

参考文献

粕田, 石原, 山林 「表面波を対象とした砂の液状化特性」 第20回土質工学会研究発表会 PP.627~8, 1985年

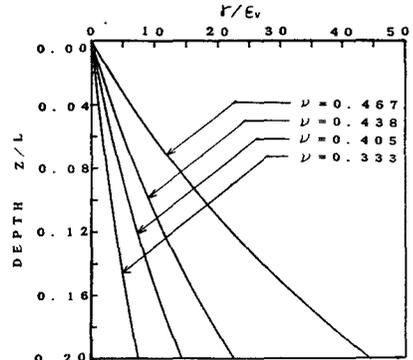


図-3 せん断歪と体積歪の比の深さ方向の変化

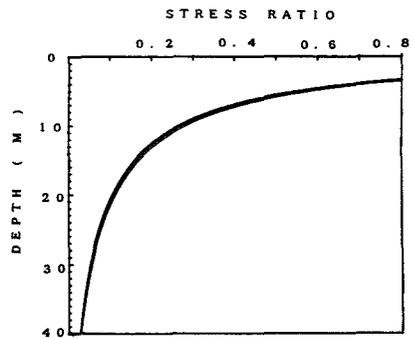


図-4 ポアソン比による応力比の変化

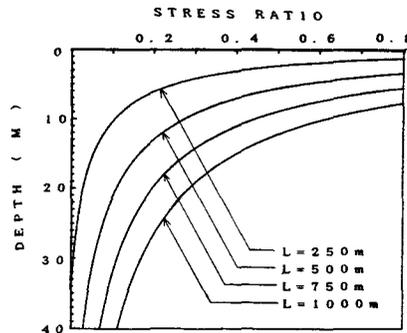


図-5 波長による応力比の変化

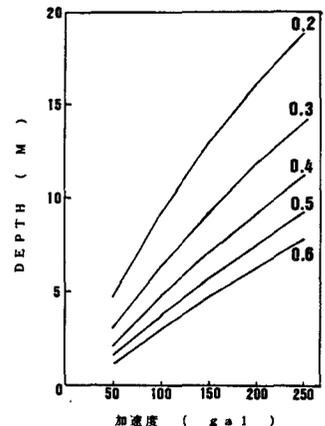


図-6 加速度による液状化層厚の変化