

コンクリートの割裂強度試験のBEM応力解析

岩手大学工学部	学生員	○金	野	浩
岩手大学工学部	正員	宮	本	裕
岩手大学工学部	正員	藤	原	忠 司
岩手大学工学部	学生員	佐	藤	広

1. ま え が き

最近、積分方程式と、有限要素法で行われる離散化手法を組み合わせた境界要素法(BEM)が、工学的問題に適用されてきている。著者らはこれまでいくつかのBEMの研究報告をしてきたが、本報告ではコンクリート供試体の割裂強度試験を例にとりあげた。本報告の主な特徴は次のとおりである。①境界上の変位と応力は線形1次関数により変化するものとする。②集中荷重を分布荷重に換算して計算する。③少数のデータを入力し、それをもとにプログラム中で要素メッシュを自動分割する方法で、簡単な入力データにより解析する。④かど点は2重点を用いる(変位は等しいが、応力は異なる値を有する2点)。⑤節点对要素という考え方でG、Hマトリックスを計算する。

2. 解 析 理 論

2次元弾性問題におけるBEMの基礎関係式は、相反法則などで次式のように示される。

$$c^i u^i_l + \int_{\Gamma} u_k p^*_{ik} d\Gamma = \int_{\Gamma} p_k u^*_{ik} d\Gamma \quad (k=1, 2 \quad l=1, 2) \quad (1)$$

ここで、 u_k 、 p_k は、それぞれk方向の変位、応力度であり、 u^i_l は点iにおけるl方向の変位であり、 c^i は点iにおける境界の状態を示す係数である。また u^*_{ik} 、 p^*_{ik} はそれぞれl方向に作用する単位力により生じたk方向の変位と応力ベクトルである。これは基本解と呼ばれるものである。¹⁾ 式(1)はテンソル表示なので、各成分の変位と応力について表現すると、式(2)となる。ただし、 $\{u^*\}$ は u^*_{ik} を成分として持つ(2×2)のマトリックスであり、 $\{p^*\}$ も同様である。

$$(c^i) \{u^i\} + \int_{\Gamma} \{p^*\} \{u\} d\Gamma = \int_{\Gamma} \{u^*\} \{p\} d\Gamma \quad (k=1, 2 \quad l=1, 2) \quad (2)$$

さらに $\{u\}$ と $\{p\}$ は線形要素を仮定した場合、 $\{u\} = (\Phi)^T \{u_j\}$ 、 $\{p\} = (\Phi)^T \{p_j\}$ と表される。なお $(\Phi)^T$ は内挿関数と呼ばれるもので、一定要素の場合は不要である。そこで以上の点を考慮して式(2)をn個の線形要素について考えると次式のようにになる。

$$(c^i) \{u^i\} + \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma} \{p^*\} (\Phi)^T d\Gamma \right\} \{u_j\} = \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma} \{u^*\} (\Phi)^T d\Gamma \right\} \{p_j\} \quad (3)$$

式(3)に Gaussの4点積分公式を用いて展開すると式(4)になる。

$$(c^i) \{u^i\} + \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^q |G|_j w_k ((p^*) (\Phi)^T)_k \right\} \{u_j\} = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^q |G|_j w_k ((u^*) (\Phi)^T)_k \right\} \{p_j\} \quad (4)$$

ここで $|G|_j = \sqrt{\ell_j}/2$ 、 ℓ_j は境界要素 Γ_j の長さである。またqは積分点の個数である。 w_k 、 w_l は積分点での重み係数であり、 $((p^*) (\Phi)^T)_k$ 、 $((u^*) (\Phi)^T)_k$ はそれぞれ積分点における関数値である。さらに式(4)はある点i(考慮点)と、境界要素全体との関係式であるので、式(4)を境界上のすべての節点nについて考えると、2方向があるので結局2n個の方程式が得られる。よって式(4)は次式のように表される。

$$[H] \{u\} = [G] \{p\} \quad (5)$$

式(5)を未知反力と未知変位について解き、この変位を内点の応力および表面応力を計算する式に代入して、内点の応力および表面力を計算する。

これまでは各節点の座標値などをそのままデータとして入力していたので、分割数が多くなるとデータ作成作業が比較的煩雑であったが、本報告では特に工夫したことは、少ないデータ(モデルの半径や半径の分割数など)を入力すると、それらをもとに各節点の座標値などをプログラムの中で計算する、いわゆる自動分割方式のプログラムを作ったことである。図-1は計算の主な手続きを表す。

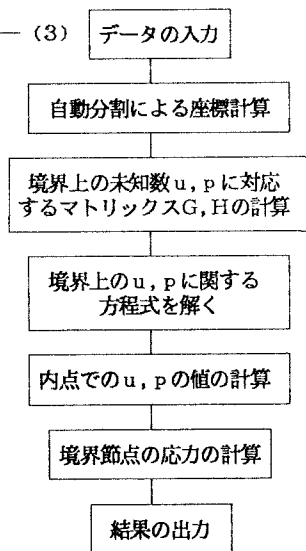


図-1 フローチャート

3. 実験

コンクリート供試体は直径15cm、高さ30cmの円柱とし、普通セメント、川砂および川砂利を使用した。配合は表1のとおりである。

弾性係数とポアソン比を求めるために、ひずみの測定はJISA1108に従い

表1 配合表

粗骨材の最大寸法 (mm)	スランプ (cm)	空気量 (%)	水セメント比 (%)	細骨材率 (%)	単位量 (kg/m ³)			
					水	セメント	細骨材	粗骨材
25	6	1	48	41.2	182	379	702	1033

ワイヤーストレインゲージ法により、図-2のようにゲージを取り付けて測定を行った。

圧縮試験の結果、圧縮強度 $\sigma_c=327\text{kg/cm}^2$ ヤング係数 $E=2.36 \times 10^5 \text{kg/cm}^2$ ポアソン比 $\mu=0.194$ が得られた。割裂試験はJISA1113に従い図-3のようにして行ったが、弾性解によると引張り強度は $\sigma_t=2P/\pi d=29.635 \text{kg/cm}^2$ となった。これに対してBEM解析を図-4のようなモデルで行うと有限要素法にくらべて比較的少ないデータで実用的な解が得られた。なお図-4のようなモデルにおいて入力荷重データを説明すると、要素⑬の節点15の分布荷重 $p=2P/\Delta$ (kg/cm²)とした。(節点16の分布荷重=0である。) ここで P =(図-3の場合の全破壊荷重) P /(供試体の高さ) l であり、 Δ は要素⑬の長さである。

図-5は分割数と解の収束の関係を表す。

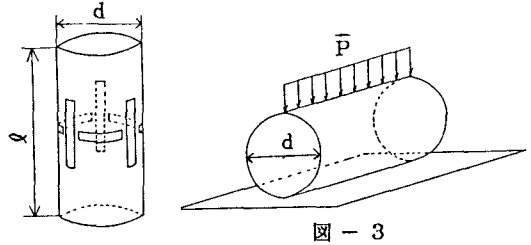


図-2

図-3

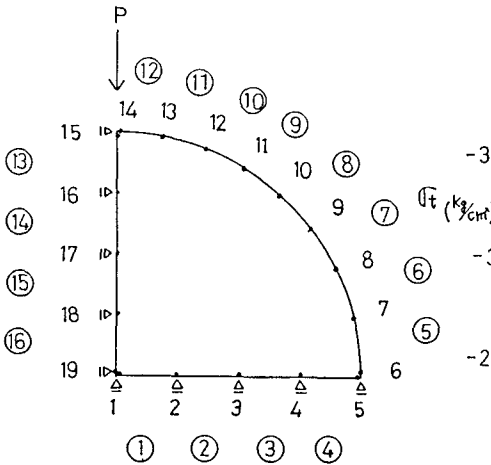


図-4

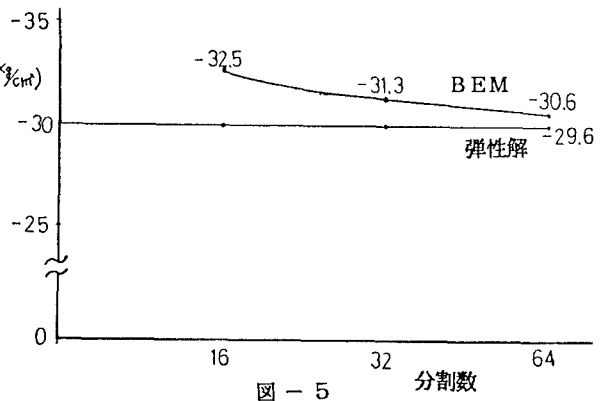


図-5

4. あとがき

このBEMの解析結果は実験と比較してもよい結果が得られた。ここで行われた少ない入力データから途中に必要な節点データを計算する、いわゆる自動分割方式は、データの形状を変化させBEMを繰り返し用い長時間計算する、最適設計などの応用分野³⁾に役立つものと思われる。

参考文献

1. 佐々木一彦・宮本裕・岩崎正二：物体力を考慮した境界要素法による二次元弾性問題の解法、第40会年次学術講演会講演概要、1985年9月
2. 宮本裕・岩崎正二・本郷雅俊・角田宏一：2重節点を用いた境界要素法による二次元弾性問題の解法、昭和60年度東北支部技術研究発表会講演概要、1986年3月
3. Yutaka MIYAMOTO, Shoji IWASAKI and Hiroyuki SUGIMOTO: On Study of Shape Optimization of 2-Dimensional Elastic Bodies by BEM, 8th International Conference on BEM in Engineering, September 1986