

1. まえがき

圧縮柱の曲げ座屈に及ぼすせん断ひずみの効果は、柱断面は座屈後も平面を保持するとする仮定、言い換えればせん断ひずみの断面内での一様な分布を仮定する Timoshenko¹⁾ はりにおいて研究されている。しかしながらこの理論を曲げおよび曲げねじれの連成する横座屈へ拡張展開することは、この理論が幾何学的直感に基礎を置いているが為にならずしも容易でない。このために横座屈に関する従来の研究では、St.Venant のねじれによるせん断ひずみは考慮されているが、幅広フランシの I 形はりなどでは無視できないと考えられる、弱軸まわりの曲げおよび曲げねじれ、すなわちはり断面に生ずるはり軸方向の直応力のはり軸方向への変化に伴うせん断応力によるせん断ひずみは無視されている。

本報告は、従来横座屈問題において用いられてきた非線形の変位場を第 1 近似として、応力のつり合い式を満たすべく変位場を修正し、この変位場と得られるひずみ場を基に、一軸対称断面はりの横座屈モーメントを求める。この解は座屈以前のはり軸線の曲率の変化も包含しており、これを含めて座屈モーメントの低下を調べる。

2. 既往の研究

座標軸を Fig.1 のように断面内の任意点を原点とする右手系直角座標 (x, y, z) および薄肉中心線に沿う直交座標 (s, n, z) を採用する。

ラランジェ表示のひずみ-変位関係において、薄肉はりの仮定を満たす変位場は、一軸 (x 軸) 対称断面の場合は、次のようである。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_s - (x - x_s)(\cos\varphi - 1) - y\sin\varphi \\ v &= v_s + (x - x_s)\sin\varphi + y(\cos\varphi - 1) \\ w &= w_0 - x(v'_s \sin\varphi + u'_s \cos\varphi) \\ &\quad - y(-u'_s \sin\varphi + v'_s \cos\varphi) - \omega\varphi' \end{aligned} \right\} \quad \text{Fig.1 Coordinate systems} \quad (1.a-c)$$

ここで、 x_s はねじれ中心 s の x 座標、 u_s 、 v_s はねじれ中心 s の x 、 y 方向変位、 φ は断面のねじれ角である。また変位 w_0 は原点 O の部材軸方向変位であり、上指標 $'$ は d/dz を表す。

式(1)に対応するひずみ成分は、2 個のみであって直ひずみ ϵ_z および薄肉中心面に平行な面内でのせん断ひずみ γ_{sz} は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_z &= w'_0 + \frac{1}{2} (u_s'^2 + v_s'^2) + \frac{1}{2} \{ (x - x_s)^2 + y^2 \} \varphi'^2 - x(v_s'' \sin\varphi + u_s'' \cos\varphi) \\ &\quad - y(-u_s'' \sin\varphi + v_s'' \cos\varphi) - \omega\varphi'' + x_s(u_s' \sin\varphi - v_s' \cos\varphi) \varphi' \\ \gamma_{sz} &= \theta\varphi' \end{aligned} \right\} \quad (2.a,b)$$

ここで例えば開き断面では $\theta = 2n$ で与えられる、1 つの座標である。

以上の変位場とひずみ場は、せん断ひずみに関するオイラー・ベルヌーイの仮定を基礎として導かれたものであり、したがって式(2.b)のせん断ひずみの表式のように、サン・フナン(St.Venant)のねじれによるせん断ひずみだけが考慮された結果となっている。

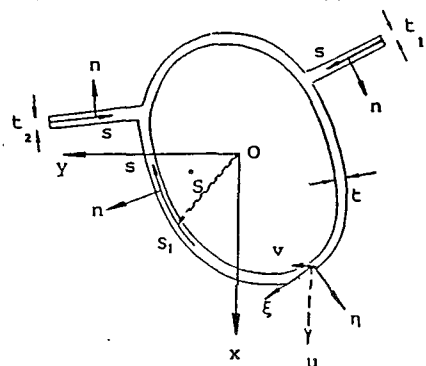


Fig.1 Coordinate systems
(1.a-c)

3. 修正変位場

さて薄肉微小要素の変位した後の部材軸方向の応力のつり合い式は、

$$\frac{\partial}{\partial s} (\tau_{sz}^* t) + \sigma_z^* t = 0 \quad (3)$$

ここで、せん断応力と直応力ともに薄肉であることから、薄肉厚さ方向(n 軸方向)へ直線的に変化すると見なせるとする従来の考えを踏襲している。s 座標の任意点 s_1 でのせん断流を $(\tau_{sz}^* t)_{s=s_1} = q$ とおいて、上式を s について積分すると、

$$\frac{\tau_{sz}^*}{G} = \frac{1}{Gt} \left(q - \int_{s_1}^s (\sigma_z^*)' t ds \right) = \gamma_{sz} \quad (4)$$

フックの法則 $\sigma_z^* = E \varepsilon_z^*$ において、直ひずみ ε_z^* として、つり合い式(3)において直応力の変化 σ_z^* を無視することによって得られた式(2.a)の ε_z^* を第 1 近似値として採用する。この時、式(2.a)の右辺の部材軸線の変位 v_s, u_s および断面のねじれ角 φ は、これらが第 1 近似値であることを明確にするため次のように書き換える。

$$w_o = W, \quad v_s = V, \quad u_s = U, \quad \varphi = \Phi \quad (5)$$

然る後、(1)を求めたのと同様の手順、つまりせん断ひずみ-変位関係と横断面不変の仮定を用いる事により、修正変位場を定めることかできる。

4. 横座屈のつり合い式

今、座屈以前においては、y 軸まわりの等曲げだけを受けている一軸曲げの状態にあるとし、はりの中間 $0 \leq z \leq l$ には荷重は作用しないとする。したがって座屈以前の状態では、はりは微小変位の状態にあり、しかもせん断遅れ現象は生ぜず、通常のはり理論によって支配される応力と変形状態にある。これを考慮して増分形仮想仕事の定理を用いて座屈支配方程式を得る。両端単純支持一軸対称断面のとき、この方程式の解は、閉じた形で得られる。

5. 結果と考察

Fig.4 は図中に示すように幅厚比は、 $h/t_w = 34$ 、 $h/b = 1.16$ の二軸対称断面である。横軸は、 $0 \leq h/L \leq 1/3$ の範囲で示してある。

図において本報告の結果(太実線)は、 h/L が小さい時、すなわちスレンダーなはりでは、Trahair と西野らの M_{cr} と Timoshenko の M_{cr} とのほぼ中間にある。しかし $h/L > 0.24$ (または $h/L < 4.2$) では本報告の結果は両者の M_{cr} より低下し、危険側の値を与える結果となっている。このことは、初期曲率 u_s'' の効果を上まわってせん断変形が卓越し、横座屈荷重を低下させることを示すものである。しかしながら、断面変形を許した著者らの文献 7)によれば、この断面では $h/L > 0.14$ (または $L/h < 7$) の領域では横座屈は生ぜず、断面変形を伴った distortional buckling が支配することが分かっている。

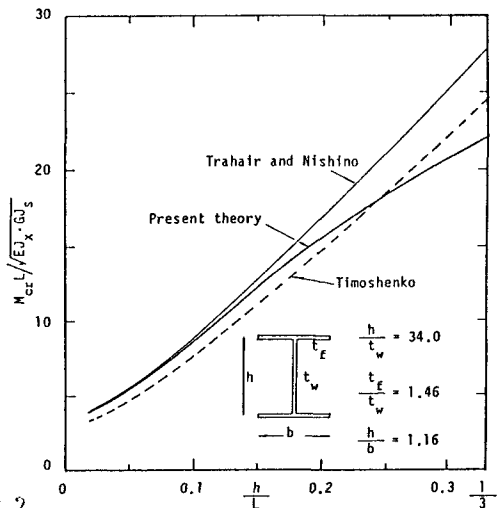


Fig.2