

2軸曲げを受ける任意形断面RC部材の終局強度

秋田大学 正員 川上 洵
秋田大学 学生員 ○ 末澤和之

1. はじめに

著者らは、これまで図-1のような軸方向圧縮力と2軸曲げを受ける任意形断面の鉄筋およびPC鋼により補強されたコンクリート部材に関する終局強度解析を行ってきた。本研究は、終局強度を得る際に行っていた収束計算に、2次元ニュートン・ラフソン法を用いることを検討し、より迅速に従来と同様の結果を得る電算プログラムを開発したので、これを報告する。

2. 仮定条件

- 1) 平面保持の仮定が成り立つ。
- 2) コンクリートの引張抵抗は無視する。
- 3) 部材の破壊は、コンクリートの最大圧縮ひずみ比が0.35%に達したときとする。
- 4) コンクリートの応力-ひずみ関係は、2次放物線と直線の組合せとする。
- 5) 鉄筋に対する応力-ひずみ関係は、完全弾塑性とする。

3. 解析理論

図-1の任意形断面をもつ鉄筋コンクリート部材に心外斜偏心圧縮力 N が作用するとき任意の点におけるコンクリートの圧縮応力は、式(1)で与えられる。

$$\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_c} = \begin{cases} - \left(\frac{1}{y_{d,j} \sqrt{a^2 + o^2}} \right)^2 \{ (b\xi + a\eta - ab)(b\xi + a\eta - ab - 2y_{d,j} \sqrt{a^2 + o^2}) \} & (0 \leq \frac{e_{cy}}{e_c} \leq \gamma) \\ - \frac{\delta}{1-\gamma} \frac{1}{y_{d,j} \sqrt{a^2 + o^2}} (b\xi + a\eta - ab) + (1 + \frac{\delta\gamma}{1-\gamma}) & (\gamma < \frac{e_{cy}}{e_c} \leq 1) \end{cases} \quad (1)$$

一方、鉄筋の引張および圧縮力は、それぞれ式(2)、(3)で与えられる。

$$\sigma_{si} = \begin{cases} \frac{-E_s e_c}{d_j \sqrt{a^2 + o^2}} (bx_{si} + ay_{si} - ab) & (0 \leq e_s \leq e_s^*) \\ \sigma_{sy} & (e_s > e_s^*) \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_{si} = \begin{cases} \frac{E_s e_c}{d_j \sqrt{a^2 + o^2}} (bx_{si} + ay_{si} - ab) & (0 \leq e_s \leq e_s^*) \\ \sigma_{sy} & (e_s > e_s^*) \end{cases} \quad (3)$$

さらに、軸力および2軸曲げに関するつり合い式は、式(4)、(5)および(6)で示される。

$$N = -C_c + C_s - T_s = \int_{Ac} \sigma_{cy} dAc + E_s \sigma_{si}^+ a_{si}^+ - E_s \sigma_{si}^- a_{si}^- \quad (4)$$

$$M_x = N \cdot e_y = \int_{Ac} \sigma_{cy} \eta dAc + E_s \sigma_{si}^+ a_{si}^+ \eta_{si}^+ - E_s \sigma_{si}^- a_{si}^- \eta_{si}^- \quad (5)$$

$$M_y = N \cdot e_x = \int_{Ac} \sigma_{cy} \xi dAc + E_s \sigma_{si}^+ a_{si}^+ \xi_{si}^+ - E_s \sigma_{si}^- a_{si}^- \xi_{si}^- \quad (6)$$

つり合い式(4)~(6)の積分項は、ガウスの積分定理を用いて線積分に置換することにより得られる¹⁾。

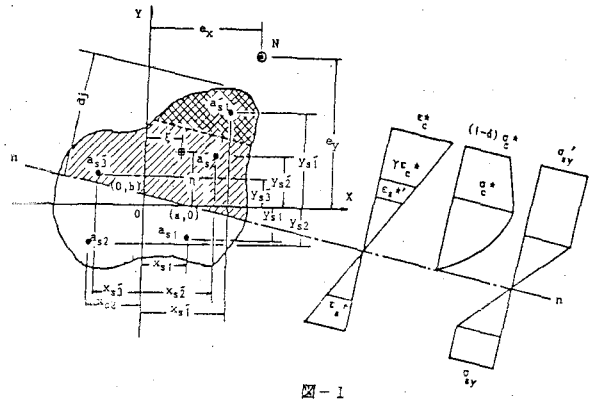


図-1

4. 中立軸の決定

中立軸は、直線 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ で表わされる。いま、係数 a, b を2次元ニュートン・ラフソン法を用いて求める。

2次元テーラー展開

$$f(a+h, b+k) = f(a, b) + \frac{1}{1!} \left(h \frac{\partial}{\partial a} + k \frac{\partial}{\partial b} \right) f(a, b) + \frac{1}{2!} \left(h \frac{\partial}{\partial a} + k \frac{\partial}{\partial b} \right)^2 f(a, b) + \dots$$

右辺3項以後を切り捨て近似式として考える。

$$f(a+h, b+k) \approx f(a, b) + \left(h \frac{\partial}{\partial a} + k \frac{\partial}{\partial b} \right) f(a, b) \quad (7)$$

中立軸を決定するフリ合ひ式を $f_x(a, b) = M_x - N e_y$, $f_y(a, b) = M_y - N e_x$ とし、式(7)に代入する。そのとき $f_x(a, b) = 0$, $f_y(a, b) = 0$ を満足する a, b が終局状態における中立軸を与える。

$$0 = f_x(a, b) + \left(h \frac{\partial}{\partial a} + k \frac{\partial}{\partial b} \right) f_x(a, b) \quad (8) \quad 0 = f_y(a, b) + \left(h \frac{\partial}{\partial a} + k \frac{\partial}{\partial b} \right) f_y(a, b) \quad (9)$$

ここで、初期値 a_0, b_0 と、式(8), (9)より得られる a, b より $h = a - a_0, k = b - b_0$ とおくと、式(8), (9)は、次のようになる。

$$\begin{aligned} a \frac{\partial}{\partial a} f_x(a_0, b_0) + b \frac{\partial}{\partial b} f_x(a_0, b_0) &= a_0 \frac{\partial}{\partial a} f_x(a_0, b_0) + b_0 \frac{\partial}{\partial b} f_x(a_0, b_0) - f_x(a_0, b_0) \\ a \frac{\partial}{\partial a} f_y(a_0, b_0) + b \frac{\partial}{\partial b} f_y(a_0, b_0) &= a_0 \frac{\partial}{\partial a} f_y(a_0, b_0) + b_0 \frac{\partial}{\partial b} f_y(a_0, b_0) - f_y(a_0, b_0) \end{aligned}$$

これらを行列式で表わすと

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} - \frac{1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial a} f_x(a_0, b_0) - \frac{\partial}{\partial b} f_y(a_0, b_0) & -\frac{\partial}{\partial b} f_x(a_0, b_0) - \frac{\partial}{\partial a} f_y(a_0, b_0) \\ \frac{\partial}{\partial a} f_x(a_0, b_0) & \frac{\partial}{\partial a} f_y(a_0, b_0) \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial b} f_y(a_0, b_0) & -\frac{\partial}{\partial b} f_x(a_0, b_0) \\ \frac{\partial}{\partial a} f_x(a_0, b_0) & \frac{\partial}{\partial a} f_y(a_0, b_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x(a_0, b_0) \\ f_y(a_0, b_0) \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)により a, b が得られる。これより任意形断面に対する終局強度が式(4), (5), (6)により与えられる。

5. 数値計算

図-2に示す円形断面に、2軸偏心荷重が作用するとき、その終局強度を2次元ニュートン・ラフソン法を用いた場合と従来の方法を用いた場合とで求め比較した。(表-1)

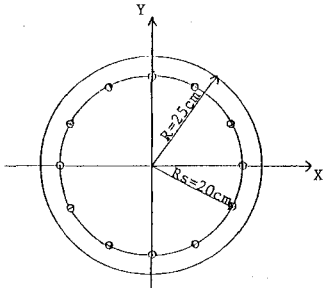


図-2

表-1 終局強度

	偏心量		初期値		中立軸		終局強度			収束回数 (回)	CPU TIME (sec)
	e_x (cm)	e_y (cm)	a_0 (cm)	b_0 (cm)	a (cm)	b (cm)	N (tf)	M_x (tf-m)	M_y (tf-m)		
2次元 ニュートン・ラフソン法 を用いた場合	20	$20\sqrt{3}$	5.0	5.0	19.63	11.33	102.8	3562	2057	7	56
従来の方法 を用いた場合	20	$20\sqrt{3}$	-5.0	-5.0	19.63	11.33	102.8	3562	2057	8	60
	20	$20\sqrt{3}$	5.0	5.0	19.63	11.33	102.8	3562	2057	28	69
	20	$20\sqrt{3}$	-5.0	-5.0	19.63	11.33	102.8	3562	2057	71	133

各材料の力学的性質

$$\sigma_c^* = 400 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\gamma = 0.6 \quad \delta = 0.0$$

$$\epsilon_c^* = 0.0035$$

$$\sigma_{sy}^* = 3000 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$E_s = 2.1 \times 10^5 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$A_s = 12\text{-D22} = 12 \times 3.871 = 46.452 \text{ cm}^2$$

参考文献

- 1) 川上他 "Limit States of Cracking and Ultimate Strength of Arbitrary Concrete Sections Under Biaxial Loading"
J. ACI. Vol. 82 No. 2 1985 P. 203 ~ P. 212