

東北大学工学部 学生員 ○ 廖 正旭
正 員 佐武 正雄
正 員 岸野 佑次

1. まえがき 著者の一人は粒状体の変形機構の解析を行なうために、新しい逐次解析法を提案した。¹⁾ 類似のシミュレーション解析法としては、いわゆるカンドルモデルがあるが、本方法は静かな接触条件を扱っているので、粘性係数の値を与える必要がないなどの特徴がある。本文においては、この方法についての簡単な説明を行なうとともに、いくつかの応用例を示す。

2. 新しい逐次解析法の概要

本解析においては、粒状体を図-1に示すような次元剛体円粒子としてモデル化を行ない、粒子間並びに粒子と境界壁の間には法線方向並びに接線方向にバネが存在するものと仮定した（滑りに関してはモールグロン則を仮定）。

逐次計算において、粒子を一個ずつ動かすこととすれば、図-2のC点における粒子間構式は

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_n \\ \dot{P}_t \end{pmatrix}_C = \begin{pmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_n \\ \dot{U}_t \end{pmatrix}_C \quad \text{--- ①}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_n &= \dot{x}_1 \cdot n \\ \dot{U}_t &= \dot{x}_2 \cdot t + r \dot{\omega} \end{aligned}$$

ここに、 K_n, K_t は、それぞれ法線方向と接線方向のばね係数である。

よって、着目している粒子のみを変位させたときに、C点に作用する力は次のように表わされる。

$$F_C = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\dot{P}_n \\ -\dot{P}_t \end{pmatrix}_C = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ r\dot{\omega} \end{pmatrix} = -K_C d \quad \text{--- ②}$$

ところで、粒子に作用している全合力は次式で与えられる。

$$F = \sum_C \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\dot{P}_n \\ -\dot{P}_t \end{pmatrix}_C + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{--- ③}$$

粒子に作用する力が釣り合うためには、当然 $F = 0$ となる必要があるが、逐次計算においては、 $d = K^{-1}F$ ($K = \sum_C K_C$) により、個々の粒子の移動量 d を求め、ある所定の精度が得られるまで、粒子の移動を繰り返す、その不釣り合いの解消を行なう。

以下の解析においては、長方形枠の中に粒子をランダムに配置した後、本方法を用いながら上壁を変位させ主応力比1の状態を初期状態とした。載荷は側圧を一定に保ち所定の軸歪になるまで、歪制御により行なった。

3. 結果及び考察

図-3に、図-5に示すような配列の29個粒子モデルについて φ を変化させた場合の主応力比 $\sim$ 軸歪 $\sim$ ガイレイタンシー関係を示す。

小田のひずみ硬化仮説によると応力比の増大に抵抗するため粒子の再配列が行なわれる。つまり接点の法線方向が抵抗するための一番有利な方向（この場合 θ の方向）に集中して行く。図-4に示すようにいずれの場合も

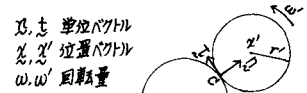


図-1 粒子モデル

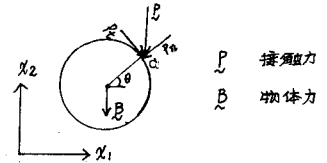


図-2 粒子に作用する力

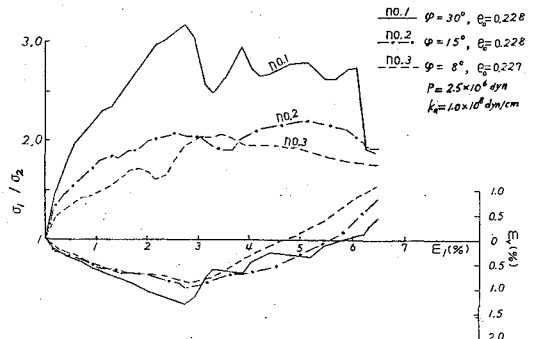


図-3 主応力比 $\sim$ 軸歪 $\sim$ ガイレイタンシー関係

歪硬化過程においては、その現象はよく現われている。
図-5のNo.1に見られるように、大きい力を伝達している接点においては、すべりがほとんど生じないで、もっぱら σ_1 に対する抵抗力が著しく増大することが観察される。本逐次解析法ではすべり条件が $\mu \leq \tan \phi$ と仮定しているの
で、No.1のような大きい ϕ を持つ粒状体では、小田の歪硬化仮説がより顕著に成立つと思われる。なおピークを過ぎても、 $\sigma_1/\sigma_2 \sim \varepsilon_1$ が歪硬化と似た挙動を減衰振動のように何回も繰り返した。これは粒状体に特有な再配列による強度増加があるためであると思われる。

図3のNo.2, No.3のグラフは比較的小さい砂の挙動に似た傾向を示す。両方ともNo.1のような著しいピークが現われず、ゆるやかに破壊に至る。ダイレタンシーもゆるやかに減りながら増加に移る傾向を示した。この場合、 ϕ は粒子の配列変化や主応力比の増減に大きな影響する。つまり、 ϕ の小さいNo.2, No.3では、粒子は応力の増加に対応して容易にすべりを起し、力が分散される傾向にあるので、より等方的な状態に再配列が生じる。そして、一旦間隙比が最小になった後(両方とも $e \approx 0.221$)粒子の乗り超えが生じた。この時から、顕著な誘導異方性が生じ、最大主応力比が現われると考えられる。この事から、数値実験において ϕ の値は粒状体の異方性や歪硬化に大きな影響を及ぼすと思われる。

逐次解析法において、もう一つ重要な要素はばね係数である。図-6に、ばね係数を変化させて計算した結果を示す。この結果によると、 k_n の値が大きくなると、 $\sigma_1/\sigma_2 \sim \varepsilon_1$ のピーク前の勾配は大きくなるが、ピークの値は逆に小さくなる。今回の解析においては、 k_n の値を k_0 の値の $1/2$ とした。粒子を動かしたとき、その変位に応じて、 k_n が大きい場合には、 $|\Delta|$ の値が大きくなり、すべり条件はなかなか成立たなくなる。したがし、一旦成立つと粒子は大きい回転や変位が生じて応力が解消されるから、主応力比は急に下がると考えられる。一方、 k_n が小さい場合は、粒子の回転や変位が小さく変位しやすいから、粒状体の異方性は、ゆっくりと増大し、応力に抵抗するのに一番有利な粒子配列を形成するようになると思われる。

4. あとがき

本文では、新しい粒状体解析モデルによるシミュレーションの考察を行った。本文に述べたように、定数の選び方によって、粒状体の挙動はかなり違ってくる。解析対象に応じて粒子間摩擦角やばね係数とともに、粒状体のパッキング、境界における摩擦角などを詳しく検討する事が必要と思われる。

参考文献 1) Y. Kishino: Computer Simulation of Quasi-Static Deformation of Granular Materials, Proc. The First International Symposium for Science on Form (in print)

2) 小田巨寛・小西純一: 「粒状体の粒子接点間力について」, 土木学会第30回年次学術講演会演集3

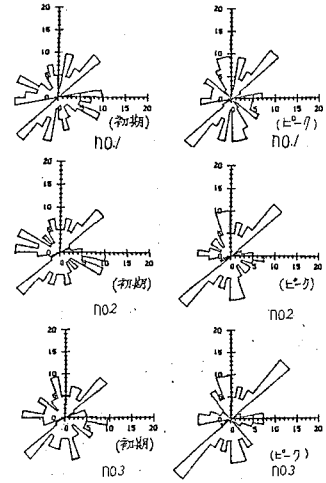


図-4 有効接触角分布

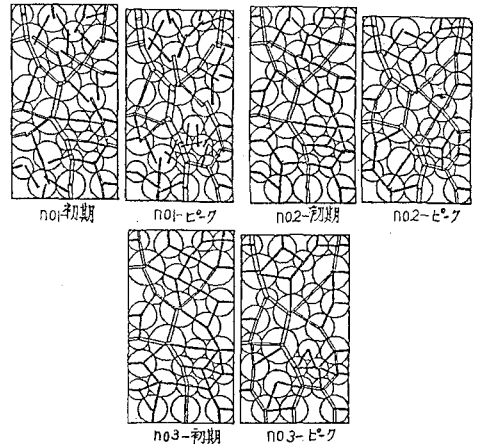


図-5 粒子間接触力

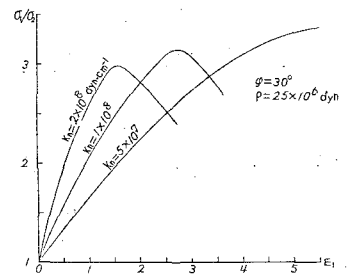


図-6 主応力比-軸ひずみ関係 (k_n を変化させた場合)