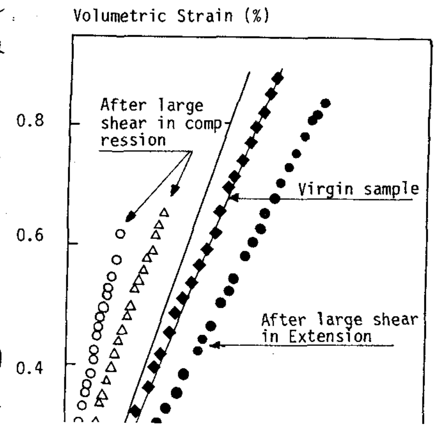
砂の圧密とせん断変形の連成挙動の表現

八戸工業大学土木工学科 飛田 善雄

1. はじめに　砂の圧密とせん断変形がお互いに影響を及ぼし合う，いわゆる連成挙動を明確に認識する事は，例えば，(1)過圧密のくり返しせん断変形挙動による影響，(2)地震時に液状化を生じた砂地盤の沈下特性を考慮する上で重要である。ここでは，実験による連成挙動の一端を簡単に紹介した後，どの様にすればこの連成挙動を構成モデルの中に取り入れる事ができるかについて考察する。



2. 連成挙動の例　図1は，供試体が大きなせん断変形を受けた後，等方圧縮時の体積変化挙動が，どの様に変化するかを示す実験データである。供試体のどの方向に最大圧縮荷重が作用したかで その後の変形挙動が異なる。すなわち，側方に最大圧縮荷重を与える伸長(Extension)試験では，軸ひずみがでやすくなり，側方ひずみは発生しにくい。圧縮(Compression)試験では，最大圧縮荷重が，軸方向に作用するので，軸ひずみは発生しにくくなる。この様に，大きなせん断変形は，圧縮挙動に大きな影響を与える事になる。図2は，圧密荷重Pを4.0 kgf/cm²まで，等方圧縮，異方圧縮($\sigma_a/\sigma_r=2.0$)した後，除荷し，$p'=1.0$(kgf/cm²)にして，せん断したものである。明らかに，せん断変形が過圧密履歴に依存する事が解る。（図1と図2の実験結果は加藤(1)による。）

3. 圧密とせん断の連成挙動の表現

従来，砂の構成モデルは，せん断挙動を表現する事が主になされている。砂のせん断変形挙動をシミュレーションする最も簡便な構成モデルは，非関連流動則を用いて，降伏条件をモール，クーロン型の拘束圧に比例するタイプを用いたものである。いま，このモデルによる増分形式の構成モデルを次の様に表現する。

$$d\varepsilon_{ij}=d\varepsilon_{ij}^{e}+d\varepsilon_{ij}^{p}=\left\{C_{ijkl}^{e}+\frac{1}{h}\frac{\partial g}{\partial\sigma_{ij}}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{kl}}\right\}d\sigma_{kl}\quad(1)$$

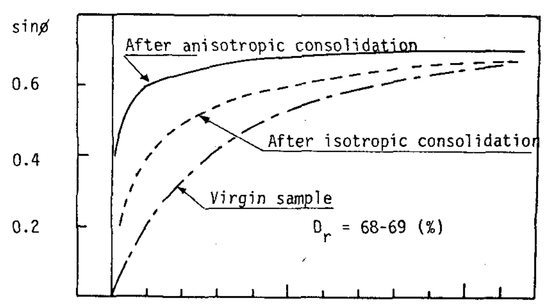


Fig.2 Effect of isotropic stress change on the following shear behavior (Figs.1&2 are due to Kato(1985))

ここで 添え字の e と p は 弾性，塑性を示す。gは塑性ポテンシャルであり，fは降伏条件である。以下，簡単のために，静的な単純な応力経路を主として対象にして話を進める。(1)により，せん断変形挙動は，可なり精度良く表現できるが，圧密時の変形挙動を表現する事は，全くできない。そこで，圧縮に対しても，(1)式と類似の関係を求める事にする。(1)と区別するために，cという添え字を用いる。

$$d\varepsilon_{ij}=d\varepsilon_{ijc}^{e}+d\varepsilon_{ijc}^{p}=\left\{C_{ijkl(c)}^{e}+\frac{1}{H}\frac{\partial\Psi}{\partial\sigma_{ij}}\frac{\partial\phi}{\partial\sigma_{kl}}\right\}d\sigma_{kl}\quad(2)$$

Ψは圧密時の変形挙動を表現する塑性ポテンシャルであり，ϕはその時の降伏条件である。もし，圧密とせん断変形が独立で，連成挙動がないものとすれば，(1)と(2)をそれぞれ独立に定式化して，その和を求めれば，可成りの精度で，砂の変形挙動を，圧密とせん断が混在する応力経路でも，近似する事ができよう。ところが，

2. で示した様に、圧密とせん断変形挙動は明らかにお互いに影響を及ぼし合うのであるから、独立に定式化するだけでは、充分ではない。この様な連成挙動が表われる真の原因は、変形に伴う砂の内部構造の変化に求める事ができよう。図1の例を、構造変化の観点から説明すると、大きな圧縮せん断を受けた供試体は、最大圧縮応力が軸方向に作用するために、軸方向に多数の接点を有し、側方方向に接点の少い構造となっている。除荷時にこの異方的構造の一部は消滅するが、応力状態が等方的になっても異方的構造は残る事になる。このため、既に軸方向には充分な構造が発達しており、等方圧縮時に発生するひずみは、この方向での接点の増加が必要とされないので、小さく、側方方向は、接点が少いので、接点数を増加させるために、大きな構造変化を必要として、ひずみが大きくなる。この様なメカニズムを忠実に、構成モデルの中に取り入れる一般的理論とその例は、別の機会（飛田・柳澤(2)(1986)）にゆずり、ここでは、現象論的観点からの表現について考える。

ここでは、話しを単調な応力経路（くり返し荷重、主応力の回転を含まない、いわゆる比例負荷の応力経路）に限っているので、等方硬化理論を用いる事ができる。この時のせん断変形挙動を定式化するパラメータを、偏差ひずみ e_{ij}^p $(= \varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3}tr(\varepsilon_{ij}^p)\delta_{ij}$, $\delta_{ij} = 1\ (i=j)$ $\delta_{ij} = 0\ (i \neq j))$ の2次の不変量 $J_{2\varepsilon}'^p$ と定義する。又、等方圧密時の基本パラメータとして、$v_c^p = tr(\varepsilon_{ij}^p) = \varepsilon_{kk}^p$ と定義する。もし、異方的な変形特性がそれ程、重要ではなく、発生するひずみの大きさが問題であれば、(1)と(2)の降伏条件、fとϕ（独立であれば、fは$J_{2\varepsilon}'^p$のみの関数であり、ϕはv_c^pのみの関数である。）が、両方共、$J_{2\varepsilon}'$ と v_c^p に依存する様に定式化すれば良い。

$$f = \hat{f}(J_{2\varepsilon}'^p,\ v_c^p) \quad , \quad \phi = \hat{\phi}(J_{2\varepsilon}'^p,\ v_c^p) \qquad (3)$$

例えば、過圧密履歴によって、せん断変形挙動の弾性的領域が拡がるという事は、圧密時により生ずるv_c^pにより、弾性的領域が拡がるという具合に定式化できる。又、大きなせん断を受けた供試体の等方圧縮時の変形挙動は、ϕの中に含まれる$J_{2\varepsilon}'^p$が等方圧縮に影響を与え、過去の等方圧縮によるひずみ硬化（弾性領域）が消失してしまうと仮定すれば、大きな体積圧縮を表現できよう。

しかしながら、(3)により降伏条件を定式化しただけでは、軸方向のひずみが発生しにくいといった様な方向に依存する変形挙動を表現する事はできない。この様な方向に依存する変形挙動も表現しようとすれば、塑性ポテンシャルも圧密とせん断変形挙動の両方の内部変数を含む形で定式化する事が必要になり、その定式化は可成り複雑なものとなる。もし、実験事実の忠実なフォローを考えるのであれば、(1)及び(2)共、内部変数としてテンソル量を含む、いわゆる異方硬化理論に基づく定式化が必要となろう。

4. あとがき

見過されがちな圧密とせん断変形挙動の連成挙動について、実験による紹介を行った後、この連成挙動をどの様にすれば、構成モデルの中に取り入れる事ができるかについて簡単に述べた。要求される構成モデルの精度にもよるが、その定式化は可成り複雑なものである。図1及び図2に示す実験結果を表現するだけでも、通常の塑性体としての定式化に大幅に手を加えなければならない。この様な複雑な変形挙動は、変形時の砂の内部構造変化に基因すると考えられるので、構造変化を陽に示す内部変数を導入して定式化した方が、むしろ定式化は、簡単かもしれない。又、その方が、一般応力状態への拡張も容易になるものと考える事ができる。

構造変化を非可逆的変形をもたらすとする定式化（飛田・柳澤(2)）によれば、図1、図2に示す実験結果を示す事ができるばかりでなく、大せん断くり返し載荷時の変形挙動も比較的精度良く表現できる。

以上の事より、砂の圧密とせん断変形の連成挙動を表現するにあたっては、弾塑性体としての拡張を考えるよりも、構造変化を忠実にフォローする定式化の方が、合理的である様に思える。

5. 参考文献

(1). 加藤靖(1985)：「種々の応力経路下における砂の変形挙動に関する実験とその考察」，昭和59年度 東北大学卒業論文
(2). 飛田・柳澤(1986)「砂の様な粒状体の微視的変形機構と巨視的構成式について」，土質工学研究発表会（札幌）