

有限要素法による地盤の表面波伝播特性の解析

東北大学 学生員 〇石川裕一
正会員 柳沢栄司
学生員 中川裕明

[1]まえがき

これまでに、地震時における地盤内の応力、ひずみを解析、把握する試みがいくつかなされてきたが、これらの試みは大別すれば、2つの方法に分けられる。1つは、地盤を時間的、空間的に分割し数値積分を行う手法によるものであり、もう1つは地盤を連続体として扱い、波動論的に応力、ひずみを求めるものである。前者に属するものとしては差分法、有限要素法による解析があげられる。本研究は有限要素法を用いて、表面波の1つのLove波が地盤内を伝播する場合の等価線形解析を行い、先に述べた後者、に属する解析プログラムの1つ(SWAP)による解析結果と比較しようとするものである。

ここに言うSWAPとは、対象とする半無限水平多層地盤の層マトリックスを作製し、表面波は無限深さにおいて、変位振幅がゼロになるという条件を用いて分散方程式を導き、主としてLove波の応答解析を行うプログラムである。

[2]解析方法

有限要素解析を行うにあたって、まず解析対象領域を仮定の境界で囲まれた有限領域としなければならない。そこでここでは、Lysmerらの手法によって等価節点力による境界条件の設定を行い、最下節点の変位を固定したモデルを用いた。ただしLove波の伝播による変位は、Love波の進行方向に、水平直角方向にのみ生じるとし、各要素間の力の伝達ば節点間の節点力によって行われるとする。

さて、円振動数 ω 、波数 k で x の正方向に伝播するLove波による変位 δ は次式で表される。

$$\delta = u(x) \exp i(\omega t - kx) \quad u(x): \text{振幅} \quad \dots\dots\dots (1)$$

まず、次の式(2)で示される固有方程式を解いて固有値 λ と固有列ベクトル $\{u\}$ を求める

$$[\omega^2[M] - [B] - \lambda^2[A]] = \{0\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

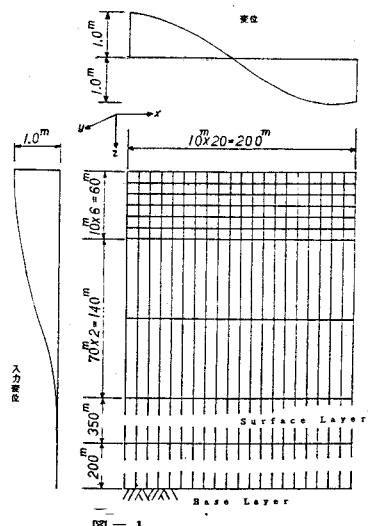
ここで $[A]$ 、 $[B]$ は層剛性マトリックスの成分で $m \times m$ 行列であり、 $[M]$ は質量マトリックス、 $\{0\}$ はゼロベクトルである。

次に求めた固有列ベクトルからモードマトリックスをつくり側方の境界条件を設定する。この側方の境界条件は、境界上の節点変位によって生じる応力を、等価節点力として運動方程式の外力項に加えることによって満足される。したがって運動方程式は、次式のようになる。

$$([K]_E - \omega^2[M]_E)\{U\}_E = \{P\}_E + \{P\}_R + \{P\}_L + \{P\}_B + \{P\}_K \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに $[K]_E$: 解析対象領域(E領域)全体にわたる剛性マトリックス、 $[M]_E$: 質量マトリックス、 $\{U\}_E$: 節点変位ベクトル、 ω : λ 射波の円振動数、 $\{P\}_E$: E領域内の節点に働く強制外力ベクトル、 $\{P\}_R$ 、 $\{P\}_L$ 、 $\{P\}_B$ 、 $\{P\}_K$: 等価節点力ベクトル

次に式(3)を解いて節点変位を求め、ひずみを求めて等価線形解析を行う。等価線形解析は、まず層内で発生したせん断ひずみ



の最大値から次式を用いて有効ひずみ γ_{eff} を求める。

$$\gamma_{eff} = 0.65 \sqrt{\delta \bar{\epsilon}_{xy}^2 + \delta \bar{\epsilon}_{zy}^2} \dots \dots \dots (4)$$

ここに $\delta \bar{\epsilon}_{xy}$, $\delta \bar{\epsilon}_{zy}$ は、せん断ひずみの $x-y$ 方向, $z-y$ 方向の成分である。この γ_{eff} とあらかじめ与えておいた剛性低下曲線より新しいせん断弾性定数及び減衰定数を決定する。以上の手順を繰り返し決定された値と前回用いた値との差が5%以内でおさまった時、収束したと判断する。

[3] 計算例及び考察

計算は図-1に示すようなケースについて行った。地盤の物性値は表に示す通りである。応答変位は概ね図-2の様になる。又、最大ひずみの深さ方向(各方向)の分布を図-3に、第1層と第8層におけるせん断弾性定数 G 及び、減衰定数 h の等価線形計算における収束の様子を図-4に、それぞれ SWAP で計算した結果とともに示した。

図が明らかなように、いずれの層においても3回の収束計算で5%以内の収束し、 G 値はほぼ一定値に達していることが知られる。図-3は、地盤内のLove波によるひずみ分布を示したものであるが、有限要素法で計算した場合とSWAPで計算した場合とで、せん断ひずみの深さ方向の分布が非常に近い値を示しており、若干のひずみの差は忠実に G の値の差として出てくる。又図-4を見ても、収束の程度にはほとんど差がみられないことがわかる。さらに有限要素法において、等価線形計算が収束した時のLove波の波数は、 $k_0 = 0.01591 \text{ rad/m}$ でSWAPでは分散曲線より $k_0 = 0.01607 \text{ rad/m}$ となり非常に近い値が出てくる。

以上の結果から、地盤中の表面波伝播特性の解析に、等価線形化手法を用いることは有効であり、SWAPと本有限要素解析プログラムは、両者とも同等の結果を与え、妥当であるということがいえる。

層番号	層厚 (m)	密度 (t/m^3)	せん断定数 (t/m^2)	せん断波速度 (m/sec)
1	10	1.80	7760	200
2	10	1.80	7760	200
3	10	1.80	7760	200
4	10	1.80	7760	200
5	10	1.80	7760	200
6	10	1.80	7760	200
7	70	1.80	7760	200
8	70	1.80	7760	200
9	350	2.00	83600	840
10	200	2.10	482000	1500

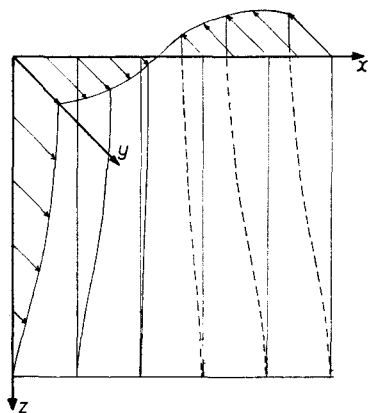


図-2

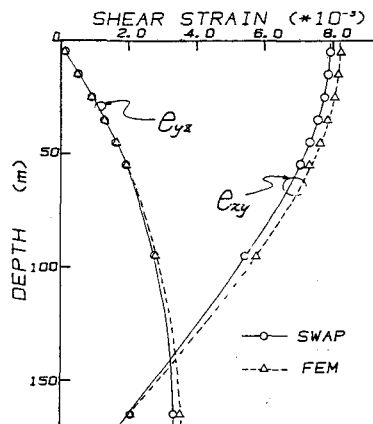


図-3

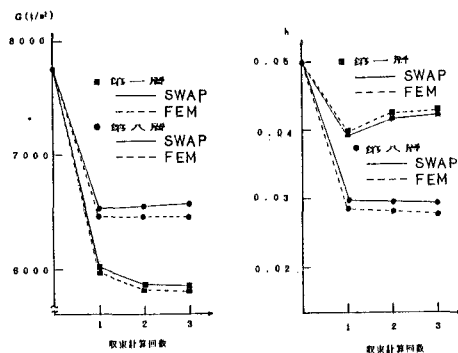


図-4

$$\omega = \pi \quad h = 0.05 (\text{初期値})$$

<参考文献>

- ・Lysmer, J. and G. Waas: Shear Waves in Plane Infinite Structures, ASCE, No. EM1, 1972
- ・土岐憲三, 三浦房紀: 弾性表面波による構造物基礎周辺地盤の振動解析, 京大防災研究所年報 第20号B-2, 1977