

k-ε乱れモデルによる開水路の平板周辺の流れの計算

秋田大学 土木工学科 ○ 学生員 星 尚克

学生員 齋沢 辰美

正 員 石井 千万太郎

1. はじめに

長方形断面の開水路の片側の側壁から平板が直角に突きだされた場合の流れを、k-ε乱れモデルを用いて数値解析によりもとめている。流れは、定常乱流で水深方向に平均化された流れとして取り扱われている。また、差分法として SUDS、UDS 法が使用されている。

2. 基礎方程式

本研究の対象としている流れの境界および座標を図-1に示す。水流は定常乱流であり、流れは水深方向(z)に平均化された平面流として解析される。そのため連続式、運動方程式、k-ε乱れモデルのkおよびε方程式で構成されている基礎方程式は、水深方向に平均化されたものを用いている。(文献1)

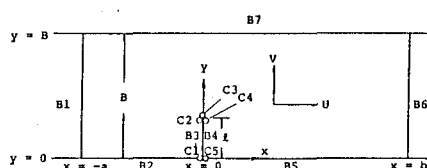


図-1 流れの境界および座標

3. 境界条件

今回の計算の対象とした開水路流れは常流であるため、計算は下流から上流に向かっておこなわれた。これに関連して、計算区間水路下流境界B6では境界値を与えるディリクレ条件、水路上流境界B1では水理量の流れ方向の変化がないとしたノーマル条件を用いている。また、側壁と平板の固体境界では不透過、すべりなしとし、境界上の運動をゼロとしている。さらに、側壁と平板の固体境界に対する境界層が存在するとし、Wall-function method (Launder & Spalding)¹⁾が用いられた。

4. 方程式の差分化

連続の式と運動方程式は SUDS 法²⁾、kおよびε方程式は UDS法²⁾を用いて差分化されている。共に対流項においては、コントロール・ボリュームの表面を横切る保存量Φが流れ方向にしたがって輸送されることを示している。その一方、コントロール・ボリュームの表面での拡散項に対する保存量Φのこう配には中央差分が用いられている。UDS法は、コントロール・ボリュームの表面を横切る保存量が座標軸に沿って輸送されるのに対して、SUDS法は、大きな横断方向こう配が存在し、しかも流れが大きな角度を持ってコントロール・ボリュームの表面を横切る場合も考慮されている。

(a) 内点：内点での方程式の差分化に際しては、図-2の点線で示されているP点(格子点(i,j))を中心として、xとy方向の稜長がδXi、δYjである水表面を持つコントロール・ボリュームが用いられている。小文字のw、e、s、nはコントロール・ボリュームの表面の中心点を示している。ここで、w面を対流により通過する保存量ΦのフラックスはSUDS法によると次式の(1)式で表現される。

$$\begin{aligned} \rho w U_w \delta Y_j \Phi_w = & (L_w - K_w) (1 + Su_w) \Phi_w \\ & + (L_w - K_w) (1 - Su_w) \Phi_p \\ & + 2 K_w \Phi_{lw, mw} \end{aligned} \quad \dots (1)$$

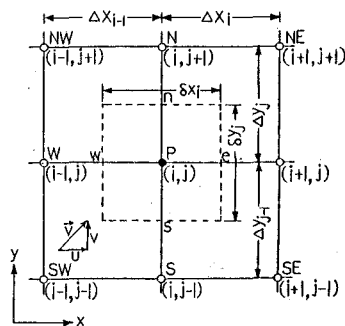


図-2 内点のコントロール・ボリューム

ここで、 $L_w = 1/2 \rho_w U_w \delta Y_j$ ρ :密度

$$K_w = S_{uw} \cdot \min [|L_w|, |L_w| \cdot |V_w/U_w| / \{ \Delta Y_{kw} / (\Delta X_{i-1}/2) \}]$$

$$= S_{uw} \cdot \min [|L_w|, \rho_w \delta Y_j / \Delta Y_{kw} \cdot |V_w| \cdot (\Delta X_{i-1}/4)]$$

$$\Phi_{lw,mw} = (1+S_{uw})(1+S_{vw}) \cdot \Phi_{sw}/4 + (1+S_{uw})(1-S_{vw}) \cdot \Phi_{nw}/4$$

$$+ (1-S_{uw})(1-S_{vw}) \cdot \Phi_n/4 + (1-S_{uw})(1+S_{vw}) \cdot \Phi_s/4$$

$$S_{uw} = \pm 1 (U_w \text{ の符号と同符号}), \quad S_{vw} = \pm 1 (V_w \text{ の符号と同符号})$$

$$k_w = j - (1+S_{uw})/2$$

e, n, s 面に対しても同様に表現される。
これらを用いて差分化すると、連続の式、
運動方程式は次式の一般式で表される。

$$A_p \phi_p = A_{sw} \phi_{sw} + A_w \phi_w + A_{nw} \phi_{nw}$$

$$+ A_s \phi_s + A_n \phi_n + A_{se} \phi_{se}$$

$$+ A_e \phi_e + A_{ne} \phi_{ne} + A$$

$$\dots (2)$$

UDS法は $K_w = 0$ としたもので、P点の値
は、SUDS法の周囲 8点に対し、4点から求
められる。

(b) 側壁と平板境界：本数値計算に用い
られた、側壁と平板境界付近でのコントロ
ール・ボリュームを図-3に示す。初期値の流速 V と
水深 h に対しては(a) ~ (e)、流速 U, V
に対しては(f) ~ (i) の斜線部である。ま
た、壁面境界より 1 格子点内側のところま
では Wall-function method が成立する層とされ、図で点がつけられている。
この特殊なコントロール・ボリュームと前述の境界条件を用い、SUDS法または UDS法に
より (2) 式に相当する計算式が誘導されている。

5. 計算のアルゴリズム

計算は図-4の Flow chart にしたがって実行された。初期値としては、
 h, U, V については実験³⁾で実際に測定された値、 k と ε はこれらの値か
ら計算される値を用いている。

※ 紙面の都合上、数値計算の詳細とその計算結果については、

講演時に発表する予定である。

<参考文献>

- 1) 星、京極、石井： $k-\varepsilon$ 乱れモデルによる平板周辺の流れの計算、土木
学会東北支部技術研究発表会講演概要、昭和59年 3月。
- 2) G.D.Raithby : Skew upstream differencing schemes for problems
involving fluid flow, Comp.Meth.Appl.Mech.Eng.9,1976.
- 3) 加藤：垂直平板背後のはく離領域の形状の水理特性について、秋田大
学土木工学科昭和56年度卒業論文。

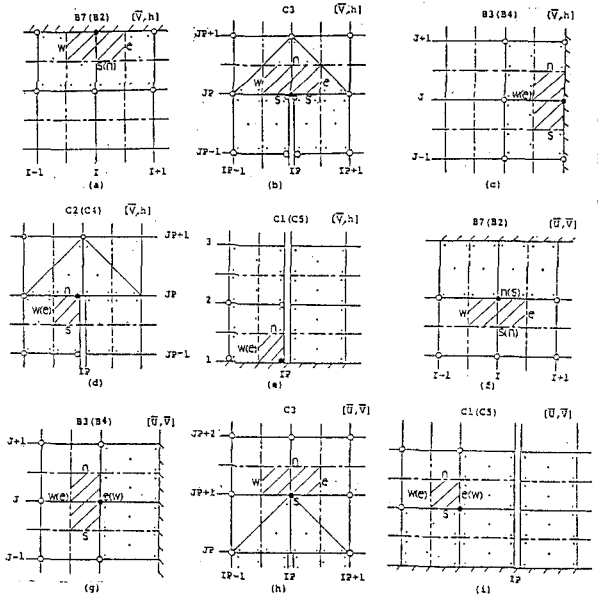


図-3 境界のコントロール・ボリューム

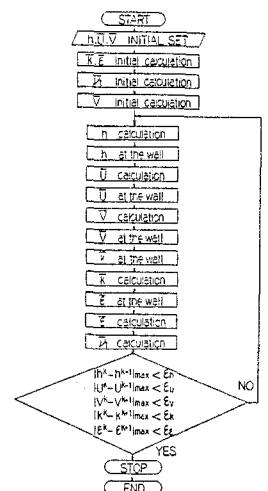


図-4 数値計算の
Flow Chart