

屈折に関する津波数値計算の誤差

東北大学工学部 学生員○佐山順二
東北大学工学部 正会員 後藤智明
東北大学工学部 正会員 首藤伸夫

1. はじめに

津波の数値計算はここ10年間で飛躍的發展を遂げ、最大水位を問題とするなら誤差15%以内で再現できると言われている。しかし、現在の数値計算技術で如何にしても痕跡値を説明できない箇所がある。これは、安政津波の下田、御前崎あるいは三陸大津波の越喜来湾崎浜といった津波の入射方向と平行に沿うような場所である。この理由としては、このような場所では津波の屈折に関する誤差が大きくなることが考えられる。そこで本研究では、屈折に関する津波計算の誤差を簡単に評価する方法を提示し、所要の精度を得る為の条件に関して検討する。また、安政津波の下田港を例にして現実問題への適用に関して考察する。

2. 屈折に関する誤差の近似的評価

一様勾配斜面上の長波の屈折はSnellの法則を利用して次のように簡単に評価できる。図-1に示す座標及び記号を用いると

$$Y = \frac{H}{\sin^2 \theta} \left[\theta - \sin^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{\alpha X}{H}} \sin \theta \right) \right] + \frac{H}{\alpha \sin \theta} \left[\sqrt{1 - \frac{\alpha X}{H}} \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\alpha X}{H} \right) \sin^2 \theta} - \cos \theta \right] \quad (1)$$

となる。一方、差分法を用いた長波の数値計算ではある有限な格子長毎に屈折を表して行くためその区分個数(分割数)をNとすると近似的に

$$Y(N) = \frac{X}{N} \left[\frac{\tan \theta}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} \tan \cdot \sin^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{i \alpha X}{N H}} \sin \theta \right) \right] + \frac{1}{2} \tan \cdot \sin^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{\alpha X}{H}} \sin \theta \right) \quad (2)$$

と表してもよい。実際は、差分格子網と波向線との関係を一律に定めることができなく、式(2)のままで屈折を完全には表現できない。従って、これは近似的な表現と考えたほうがよい。式(1)、(2)を訂線の値にするとそれぞれ式(3)、(4)となる。

$$Y = \frac{L \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{L \cos \theta}{\sin \theta} \quad (3)$$

$$Y(N) = \frac{L}{N} \left[\frac{\tan \theta}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} \tan \cdot \sin^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{i}{N}} \sin \theta \right) \right] \quad (4)$$

図-2及び図-3に式(3)、(4)から求めた津波の入射方向と屈折の誤差の関係を示す。図-2は入射角が大きい場合のものであり、このときは誤差が非常に大きくなることを意味している。

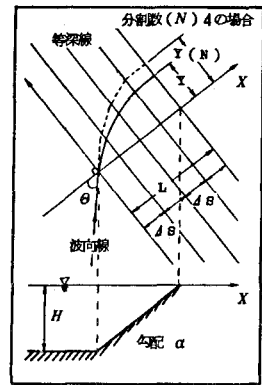


図-1 座標系

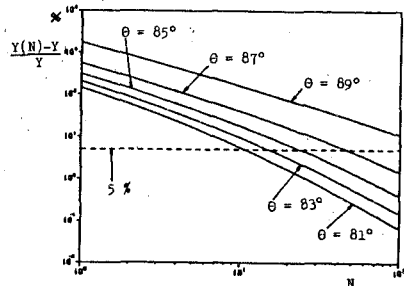


図-2 高角度入射の場合の精度

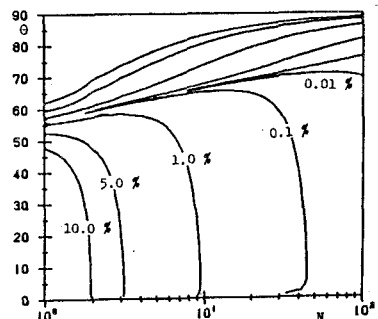


図-3 入射角と精度との関係

図-3は津波の入射方向と分割数の任意の組み合わせについて調べたものであり、これから所要の精度を得るための差分分割数の条件が決められる。

図-4は実際の数値計算例と式(1)、(2)を比較したものである。計算には周期300s、波高1mの規則波を与え、一様勾配斜面($S=0.01$)に 75° で入射した場合を想定している。数値計算による波向線はその近似評価式(2)に近いものとなり以上の理論で数値計算の屈折に関する誤差を評価しても良いことがわかる。

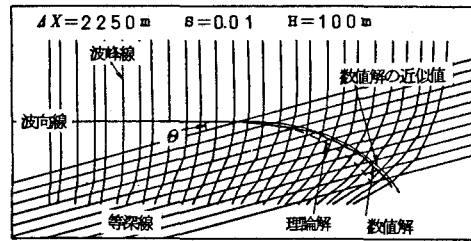


図-4 一様勾配斜面上の屈折

3. 現実問題への適用

ここでは安政津波の下田港を例として津波計算の屈折の誤差を検討する。計算は外海計算と下田港付近の近海計算に分けて行っている。用いた方程式は線形長波理論である。津波波源にはAndoの定めたパラメータを用いている。

図-5は近海計算の格子間隔の違いによる波向線の差を表したものである。下田港付近の平均水底勾配は約0.015であり、津波の入射角は約 85° 、斜面長を1600mとすると図-3から差分格子800mで約10%、差分格子200mで約5%の誤差が予想される。

図-6は近海計算領域の最大水位分布と汀線に沿った最大水位の比較である。差分格子の違いにより最大水位に差があり、これには津波計算の屈折の誤差のみならず数値計算の打ち切り誤差による波高減衰効果も含まれており簡単には評価できず、差分格子長を細かくすることにより津波の屈折の効果を精度良く表すことができ痕跡値(下田港で4.4-6.8m)によく合致する結果が得られることがわかる。

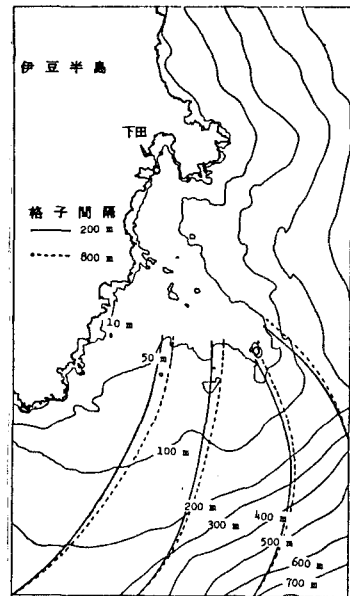


図-5 安政津波の波向線図(数値解)

4. おわりに

本研究では屈折に関する津波数値計算の誤差を検討した。その結果、式(2)、(4)、で計算結果を予想することができ、理論解(1)、(3)との差を調べることで必要の精度を得るための条件を提案することができた。さらに、現実問題への適用として安政津波の下田港を取り上げ検討したが、数値計算の打ち切り誤差の影響もあり正確ではないが津波の屈折を精度良く再現することにより最大水位も痕跡値に合うようになることを示すことができた。

謝辞：(株)ユニックには数値計算等に関して協力していただいた。ここに記して謝意を表する。

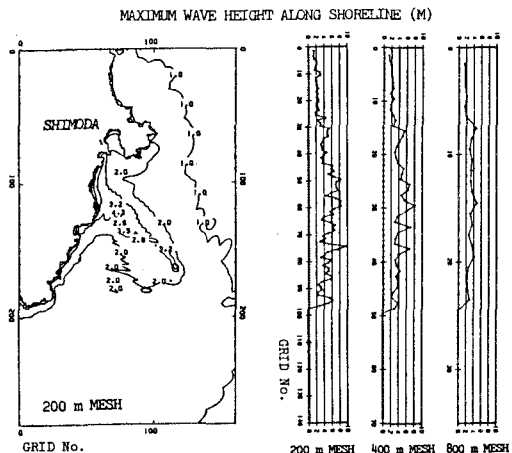


図-6 下田港付近の最大水位分布と汀線に沿った最大分布