平底剛体により衝撃された梁の動的応答について

岩手大学　工学部　　学生員 ○秋 庭　司
岩手大学　工学部　　正　員　岩 崎 正 二
岩手大学　工学部　　正　員　宮 本　裕
日本大学生産工学部　正　員　能 町 純 雄

1．まえがき

梁が横衝撃を受けた場合、梁にどのような応力と変形が生じるかを明らかにすることは工学上重要な問題である。我々は先に球により衝撃された梁の初期挙動について論じた。[1]　本報告では、平底円柱剛体が梁に衝突する場合を、接触点での衝撃力と局部変形の関係式に半無限体の平面境界に円柱剛体を圧入した場合の線形関係式[2]を適用することにより、衝撃力を定める第2種ボルテラ型積分方程式を導き数値解析を行ったものである。

2．解析理論

無限長梁上に平底円柱剛体が自然落下した時に接触点において生ずる衝撃力を求める問題を考える。(図－1)
梁のたわみの横振動方程式はベルヌーイ・オイラー理論に従うと、

$$a^4\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (1)$$

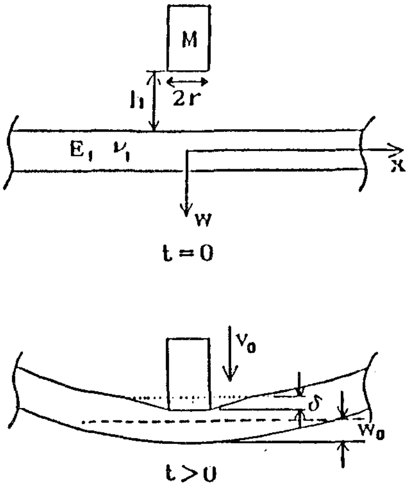
ここで、$a=\sqrt[4]{E_1 I/\rho A}$、$E_1 I$は梁の曲げ剛性、ρは単位体積質量、Aは断面積、wは任意点のたわみを表す。いまx＝0で衝撃力P(t)を受けた場合について式(1)を解くと、x＝0のたわみw_0は、

$$w_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\rho A a}}\int_0^t P(\tau)\sqrt{t-\tau}\,d\tau \qquad (2)$$

次に平底円柱剛体の運動方程式は、平底円柱剛体の質量をM、平底円柱剛体低面の梁へのくいこみ深さをδとすると、

$$M\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2}\right]=-P(t)+W_0 \qquad (3)$$

ただし、$W_0=Mg$、gは重力加速度を表す。式(3)を解くと平底円柱剛体の重心の変位u(t)は、



図－1

$$u(t)=w_0(t)+\delta(t)=-\frac{1}{M}\int_0^t P(\tau)(t-\tau)\,d\tau+v_0 t+\frac{1}{2}g t^2 \qquad (4)$$

ただし、v_0は初速度を表す。一方、Pとδの関係を弾性論より次式のように仮定する。

$$P(t)=K\delta(t) \qquad (5)$$

ここで、$K=\dfrac{2E_1 r}{1-\nu_1^2}$、rは平底円柱剛体の半径を表す。

従って式(4)に式(2)、(5)を代入すると無限長梁に平底円柱剛体が衝突した際に生じる衝撃力を定める次のような第2種ボルテラ型積分方程式が求まる。

$$P(t)+\frac{K}{\sqrt{2\pi\rho A a}}\int_0^t P(\tau)\sqrt{t-\tau}\,d\tau+\frac{K}{M}\int_0^t P(\tau)(t-\tau)\,d\tau=K\left(v_0 t+\frac{1}{2}g t^2\right) \qquad (6)$$

次に簡略解法としては、衝撃力を受ける梁のたわみ曲線を中央に静的な力を加えたときのたわみ曲線と仮定することにより最大衝撃力Pmax 、最大モーメントを求める方法がある。また簡略解法の中でも、梁の質量を無視する初等解法、梁の質量を考慮するがその考慮の仕方にCox、Morley 氏の考え方に従う方法がある。ただし梁は両端固定梁と考えており衝撃力に関して簡略解法の結果のみを示すと以下のようになる。

$$P_{max}=nW_0 \qquad (7)$$

ここで、

$$n=1+\left[1+\frac{2h}{w_{st}}\,\frac{1}{1+\beta}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(初等解法)}$$

$$n=1+\left\{1+\frac{2h}{w_{st}}\,\frac{1}{1+\beta}\,\frac{1+\frac{13}{35}\kappa}{\left(1+\frac{1}{2}\kappa\right)^{2}}\right\}^{\frac{1}{2}}\qquad\text{(Morley法)}$$

$$n=1+\left\{1+\frac{2h}{w_{st}}\,\frac{1}{1+\beta}\,\frac{1}{1+\frac{13}{35}\kappa}\right\}^{\frac{1}{2}}\qquad\text{(Cox法)}$$

$$\beta=\frac{\delta_{st}}{w_{st}}\ 、\ \delta_{st}=\frac{W_0}{K}\ 、\ w_{st}=\frac{W_0\,\ell^{*3}}{192E_1 I}$$

$$K=\frac{2E_1 r}{1-\nu_1^2}\ 、\ \kappa=\frac{W}{W_0}\ 、\ W=\rho A\ell^{*}g$$

$$\ell^{*}=c_0\pi/\omega\ 、\ \omega=\sqrt{K/M}\ 、\ c_0=\sqrt{E_1/\rho}$$

3．数 値 計 算 例

数値計算は図－1に示すような無限長矩形鋼梁に平底円柱剛体が落下する問題を扱った。計算には次のような数値を用いた。

梁断面寸法（幅×高さ）：
2．5（cm）×2．5（cm）
4．0（cm）×4．0（cm）
5．0（cm）×5．0（cm）

ヤング率　：$E_1=2.1\times10^6$ (kg/cm^2)

ポアソン比　：$\nu_1=0.3$

単位体積重量：$\rho g=7.85$ (g/cm^3)

平底円柱剛体半径：$r=1.25$ (cm)

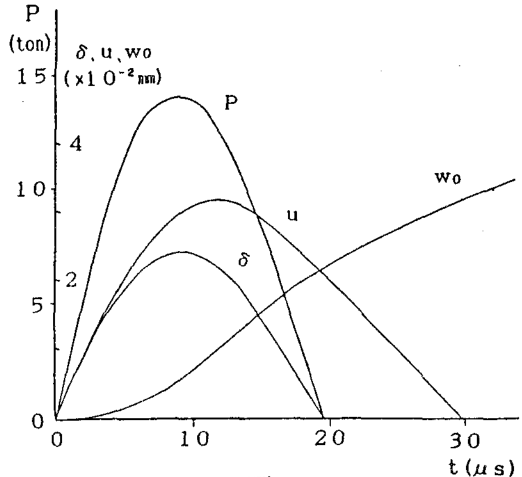
平底円柱剛体重量：$W_0=263.1$ (g)

落下高さ　：$h=0.1$ (m) ～ 9.0 (m)

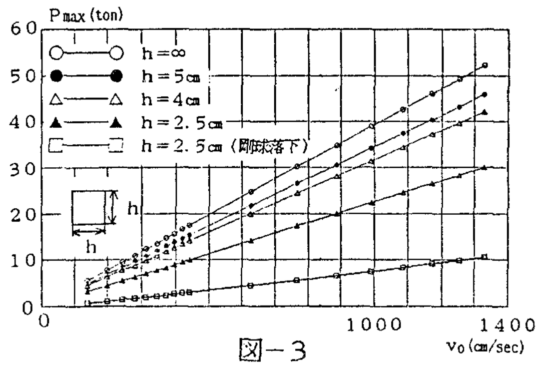
図－2は、梁の断面寸法4．0（cm）×4．0（cm）、落下高さ1mの場合の衝撃力、梁の衝撃点のたわみ、剛体の重心の変位、局部変形の時間的変動を表したものである。

図－3は最大衝撃力と衝突速度の関係を種々の断面について表したものであり、図中同じ重量の剛球が落下した場合との比較も行っているが平底円柱剛体の衝撃力は剛球による衝撃力に比べて約3倍ほどの大きさになっている。

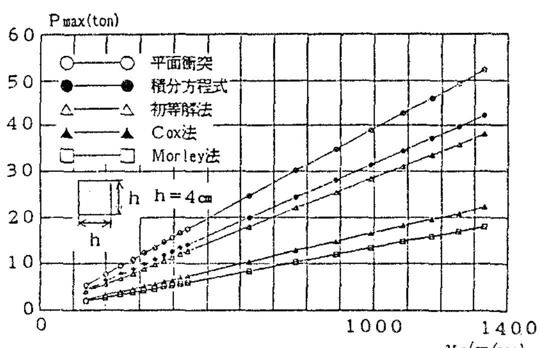
図－4は同じく最大衝撃力と衝突速度の関係を梁断面4．0（cm）×4．0（cm）の場合について積分方程式法と簡略解法について表している。図よりわかることは衝撃力に関しては簡略解法の中でも初等解法が積分方程式法に最も近い値をとるようである。



図－2



図－3



図－4

参考文献

1）岩崎正二、能町純雄：弾性球による無限長梁の横衝撃について、第37回土木学会全国大会講演概要集、p405

2）宮本博：3次元弾性論、p45

3）岩崎正二、出戸秀明、青井裕昭：積分方程式による梁の衝撃応答解析、岩手大学工学部研究報告、第36巻、昭和58年12月、p65－73