

粒状体の変形のシミュレーション解析

東北大学工学部 学生員 ○ 荒木 一司

正 員 岸野 佑次

学生員 宇田 康人

1. はじめに

粒状体の変形機構の構成基本式を調べる目的で、従来より種々のシミュレーション解析が行われているが、微視的のアプローチによるものとしては、二次元的な粒子モデルによるものが殆どであるといえよう。実験的には光弾性粒子を用いたものが、力の伝達経路と個々の粒子の変形の双方を知ることができることから、複数の研究機関において研究が進められてきている。しかし、この光弾性実験による方法は、多数の粒子のバックシンク等、非常に時間のかかるものであり数多くの実験を重複することが容易ではない。これに対して、最近 Cundall と Strack によって開発された粒子モデルの数値実験の方法は条件を任意に与えて結果を出すことが容易であり、実際の実験を補完するものとして有用であると考えられる。本文においては、従来より行っている光弾性二軸圧縮試験²⁾に対応させて試みた数値シミュレーション解析について述べる。

2. 解析方法

まず本文で用いた Cundall モデルの概要を示す。このモデルは、図-1 に示したように接点において4種の要素と結合された粒子の集合体について多自由度振動方程式と逐次演算により解こうとするものである。図-2 において粒子 i 、 j の接点を P_x, P_y とする。 P_x, P_y に対する相対速度を法線方向 n 、接線方向 t とすると、ある時刻 t における法線、接線方向のバネによる力 $(F_n)_t, (F_n)_c$ と粘性力 $(D_n)_t, (D_n)_c$ は、 $(F_n)_t = (F_n)_c + K_n \cdot \dot{x}_n \cdot \Delta t \cdots (1)$
 $(F_n)_c = (F_n)_c + K_n \cdot \dot{x}_n \cdot \Delta t \cdots (2), (D_n)_t = C_n \cdot \dot{x}_t \cdots (3), (D_n)_c = C_n \cdot \dot{x}_t \cdots (4)$ とする。ここで、 K_n, K_t はそれぞれ法線、接線方向のバネ定数、 C_n, C_t は法線、接線方向の粘性係数、 Δt は微小時間増分である。粒子 i に働く全ての力のベクトル和を F とすると、ニュートンの第2法則より次の式が得られる。

$M \ddot{x}_i = F_i + M g_i \cdots (5), I \ddot{\theta}_i = R_i \sum (F_n + D_n)_t \cdots (6), t=1, 2, \dots, p$
 M は質量、 I は慣性モーメント、 R_i は粒子の半径、 θ_i は粒子の回転角である。式(5)、(6)を差分近似して $\dot{x}_i, \dot{\theta}_i, \ddot{x}_i, \ddot{\theta}_i$ を求め繰り返し計算を行う。また、モール・クーロンの破壊規準 $(F_n)_{max} = F_n \cdot \tan \phi + C$ ($(F_n)_{max}$: F_n の最大値、 ϕ : 粒子間摩擦角、 C : 粘着力) を適用して $(F_n) > (F_n)_{max}$ となるとき $(F_n)_c = (F_n)_{max}$ とする。

解析の対象としてモデルは図-4 に示したような3種³⁾の半径 ($R = 6, 8, 10 \text{ mm}$) の円粒子 (密度 $\rho = 2.65 \text{ g/cm}^3$) の集合体である (粒子総数 46)。粒子バックシンク⁴⁾の方法は先ず各粒子が重ならないように、領域に人為的に配置した。次に、上述の方法を用いて、底面と側壁を固定した状態で重力 G の作用による自然落下を生じさせた後、水平方向の拘束力が、左右よりそれぞれ20Nで、重心力比 G_x/G_z (G_x : 鉛直方向、 G_z : 水平方向) が1となるような状態⁵⁾で変形を生じさせ、それを初期状態とした。同一の初期状態に対し、粒子間摩擦角 ϕ を30°、15°と変えて、解析を行った。解析に用いたその他の定数について次のように定めた。 $M = \rho \pi R^2$, $K_n = 1.0 \times 10^4 \text{ N/m}$, $K_t = 5.0 \times 10^3 \text{ N/m}$ Δt は、文献¹⁾を参照して $\Delta t < 2\sqrt{M/K_n}$ とおき $\Delta t = 10^{-6} \text{ sec}$ とした。また C_n, C_t については、Rayleigh 減衰⁶⁾を採用し $C_n = \beta \cdot K_n$, $C_t = \beta \cdot K_t$ とし、 β の値が $2\sqrt{M/K_n}$ に達しないように $\beta = 0.0005 \text{ sec}$ とした。尚、初期状態での間隙比は、 $\phi = 15^\circ, 30^\circ$ いずれも 約 $e = 1.4$ である。

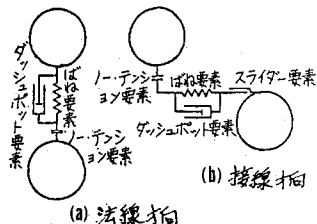


図-1 Cundall モデルの1

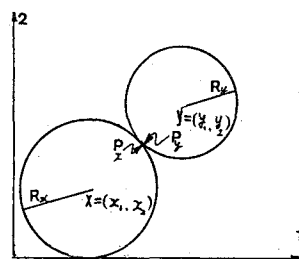


図-2 Cundall モデルの2

3. 結果および考察

図-3に2つの粒子間摩擦角($\phi=30^\circ, 15^\circ$)に対する応力比、歪、ダイラタンシー曲線を示す。同図より $\phi=30^\circ$ のときより $\phi=15^\circ$ のときの方が σ_1/σ_3 のピーク値は小さく、体積歪は大きい値を示している。これらは、 $\phi=15^\circ$ の場合、粒子間のすべりが生じやすく粒子再配列が比較的容易であることによるものと考えられる。

図-4に、図-3中の②~⑦各点に対応する各粒子の位置ならびに接触力の分布状態を示す。②→③、③→④の粒子再配列を伴う軟化の過程について次のことが考察される。②のA-Aの粒子配列は傍への変化が他の部分に比べて顕著であり、この配列の変化が体積増加に大きく寄与している。また、A-Aの粒子列は、粒子間の相対

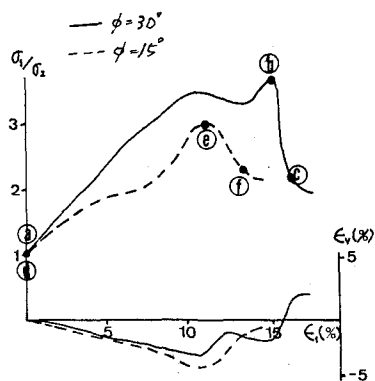


図-3 応力比、歪、ダイラタンシー曲線

的回転により配列の変化を起こしていることが注目される。

図-5に、有効接触角分布の変化を示す。ピーク時には、主軸方向に集中することが観察される。このことは、特に $\phi=15^\circ$ より 30° の場合に顕著であり、後者がより大きな接触力分布の異方性に耐え得ることを示している。一方、ピーク後の変形過程については $\phi=15^\circ$ の場合、 30° よりも変化が小さい。これは、粒子のすべりが生じやすいため、再配列・安定化が容易であり、 $\phi=30^\circ$ の場合のような急激な粒子の再配列が生じ難いためと思われる。

4. あとがき

本文においては、Cundallモデルを用いて粒状体の二軸圧縮試験に対応する数値シミュレーションを試みた。本文に示されているように、このような数値実験は粒状体の変形を解る上だけでなく有用であると思われる。しかしCundallモデルにおいては、諸定数の選定が結果に大きな影響を及ぼすのでこれらの決定方法についてはより詳細な検討が必要であると考えられる。なお、今後粒子の個数を増やし解析の精度を向上させたいと考えている。

参考文献 1) P.A.Cundall and O.D.L.Struck:

A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, 29(1979), 47-65

2) 皇地, 佐武, 石塚:

光弾性実験による粒状体力学の一考察, 工本学会第37回年講概要集 Ⅲ-5 (1978) 8~9

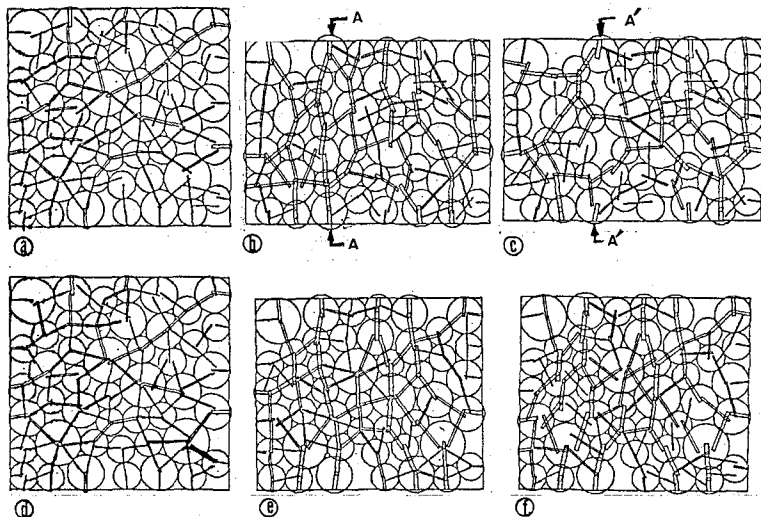


図-4 各粒子の位置ならびに接触力の分布状態

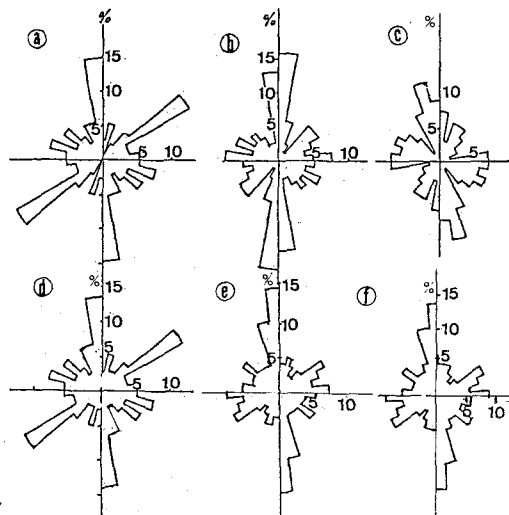


図-5 有効接触角分布