

3次不変量 J_3 を考慮した砂の弾塑性構成モデル

東北大学 工学部 平井弘義
同上 佐武正雄

1. 緒言

砂の構成モデルに関しては、従来三軸圧縮・伸張試験から得られた実験結果に基づく理論的取扱いが多くなされてきている。しかしながら一般の三主応力が異なる実験が最近数多く行なわれ、砂の力学挙動を適切に定式化するためにより精度の高い構成モデルが要求されるようになってきている。

そこで本研究においては砂の一般的な構成モデルを確立するため、降伏関数、塑性ポテンシャルについて偏差応力の3次不変量を考慮した形を提案し、この適用性を既往の実験事実との比較検討により明らかにすることを目的としている。

2. 砂の構成モデル

砂の構成モデルに関して著者らは先に種々の弾塑性構成モデルを提案し、それらの妥当性を検討している。本研究においては先の構成式を次のように一般化した形を提案する。

$$f_1 = J_3 + \alpha I_1 J_2 + \beta I_1^3 + \delta_1 I_1^2 = 0 \quad (1)$$

$$g_1 = J_3 + \gamma I_1 J_2 + \epsilon I_1^3 + \delta_2 I_1^2 = 0 \quad (2)$$

$$\delta_1 = \phi_1 T_{ii} \dot{E}_{ij}^{(p)} / 3 + \phi_2 T_{ij} \dot{E}_{ij}^{(p)} \quad (3)$$

$$f_2 = I_1 + \delta_3 = 0 \quad (4)$$

$$g_2 = I_1 + \delta_3 = 0 \quad (5)$$

$$\delta_3 = \phi_3 T_{ii} \dot{E}_{ij}^{(p)} / 3 \quad (6)$$

ここに f_1, f_2 は降伏関数、 g_1, g_2 は塑性ポテンシャル、 $\alpha, \beta, \gamma, \epsilon, \phi_1, \phi_2, \phi_3$ は硬化パラメータ、 $J_3 = \frac{1}{6} T_{ij} T_{jk} T_{ki}$ 、 $J_2 = \frac{1}{2} T_{ij} T_{ij}$ 、 $I_1 = T_{kk}$ 、 T_{ij} は応力、 T_{ij} は偏差応力、 $\dot{E}_{ij}^{(p)}$ は塑性ひずみ速度を表している。

また破壊関数は次のような形で与えることができる。

$$F = J_3 + \zeta I_1 J_2 + \omega I_1^3 = 0 \quad (7)$$

ここに ζ, ω は材料定数である。

式(1), (2), (3), (4), (7) は図1と図2に示され

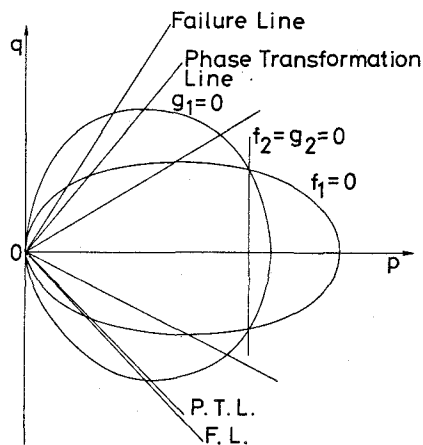


図1. p - q 平面における降伏関数、塑性ポテンシャル、破壊関数

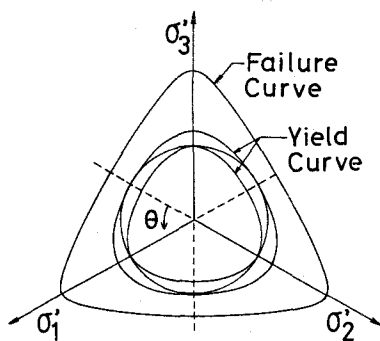


図2. π 平面における降伏関数、破壊関数

ている。

3. 応力-ひずみ関係

先の研究によって提案された応力-ひずみ関係は次のように書ける。

$$\dot{E}_{ij}^{(p)} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial T_{ks}} \dot{T}_{ks}}{\frac{\partial f}{\partial T} \frac{\partial \delta}{\partial E_{mn}^{(p)}} \frac{\partial g}{\partial T_{mn}}} \frac{\partial g}{\partial T_{ij}} \quad (8)$$

式(8)に式(1), (2), (3)を代入すると次のようになる。

$$E_{ij}^{(p)} = - \left[j_3 + \left\{ -2 \frac{j_2}{I_1} - \left(\frac{3}{2} + \alpha \right) I_2 + \beta I_1^2 \right\} I_1 + \alpha I_1 j_2 \right] \\ \times \left[T_{ik} T_{kj} + \left\{ -2 \frac{j_2}{I_1} - \left(\frac{3}{2} + 3 \right) I_2 + 2 I_1^2 \right\} \delta_{ij} + 3 I_1 T_{ij} \right] \\ / \left[\phi I_1^2 \{ (3n-2) j_3 + 3(2n-1) I_1 I_2 + 2 I_1^3 \} \right] \quad (9)$$

ここに $n = \phi_2 / \phi_1$ である。

図3には三軸圧縮・伸張試験における塑性体積ひずみ増分 $\bar{v}^p$ と塑性偏差ひずみ $\bar{d}^p$ の比および軸差応力 $\bar{q}$ と平均有効応力 p の比の関係が示されている。式(9)と図3を用いれば

$$\bar{v} = -1.00, \quad \bar{q} = -4.25 \times 10^{-2} \quad (10)$$

となる。

図4は塑性偏差ひずみ $\bar{d}^p$ と応力比 $\bar{q}/p$ の関係を表わしている。式(9)と図4を用いると

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -4.59 \times 10^{-1}, \quad \beta = -4.94 \times 10^{-3} \\ \phi_1 &= -3.12 \times 10, \quad n = 0.191 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

を得る。

図5は塑性体積ひずみと応力比 $\bar{q}/p$ の関係を示している。また破壊関数式(7)の材料定数については

$$\bar{v} = -2.67 \times 10^{-1}, \quad \omega = 1.41 \times 10^{-2} \quad (12)$$

を得る。

図3から図5までに実験値と解析値が示されているが、両者は良い対応関係を示していると思われる。

4. あとがき

本研究において示される降伏関数、塑性ポテンシヤル、破壊関数は偏差応力の3次不変量を考慮しており、三軸圧縮・伸張試験のみならず、一般応力条件下での単調載荷に適用されるものである。これらの詳細については今後に譲ることとする。

参考文献

- 1) Hirai, H. and Satake, M.: Elastic-Plastic Constitutive Models for the Behavior of Sand, Proc. JSCE, No. 343, pp. 255~265, 1984.

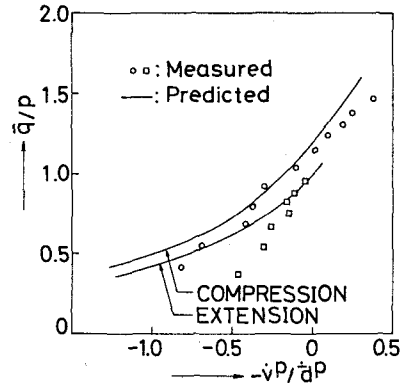


図3. 塑性ひずみ増分 $\bar{v}^p/\bar{d}^p$ と応力比 $\bar{q}/p$ の関係

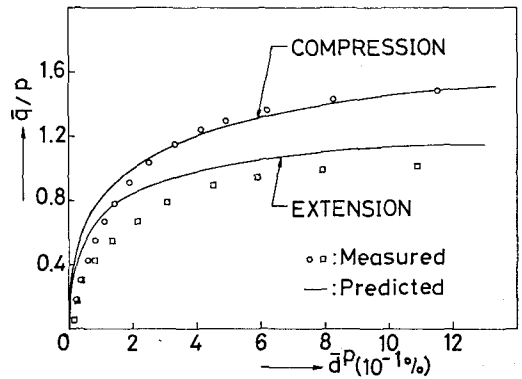


図4. 塑性偏差ひずみ $\bar{d}^p$ と応力比 $\bar{q}/p$ の関係

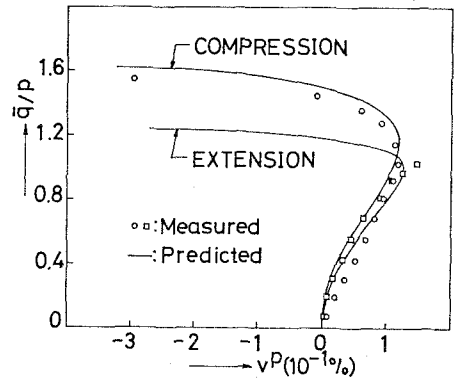


図5. 塑性体積ひずみ $\bar{v}^p$ と応力比 $\bar{q}/p$ の関係