「分布断面関数法」について

東北地方建設局　新庄工事事務所　　佐々木 茂

1、概要

分布断面関数法は、貯留関数法が持つ精度向上の限界を根本から超えようとして独自に開発した河道流下機構の模擬手法であり、距離方向の流量分布に対する現象表現能力を著しく高めた点に最大の特徴を有している。

すなわち、河道1区間ごとの流量分布$Q(x)$に対応する近似多項式の次数は、河道の貯留関数法で準1次、一般の不定流解法でも1次ないし2次と見なせるが、本手法はキネマティック波の条件下にありながら準3次にまで達している。

このため、簡便法の範囲ばかりか、洪水模擬手法の体系全体に再考を促すに充分な論拠のある手法として提示するものである。

2、手法の特徴点

本手法が貯留関数法と比較して保有する特徴点を要約すると、1）1区間の流量分布を準3次の曲線近似に改良したため、著しい現象表現の精密化を達成し、他の定数に悪影響を与え易い一定値の遅れ時間〔定数$T\ell$〕を排除できたこと。

2）時間遅れの度合とはほぼ独立に、低減度を変えられる河道低減係数〔定数Cd〕を持つこと。

3）$T\ell$から受ける歪を解消し、同時に指数定数$P \fallingdotseq 2/3$であり、係数Kと$H \sim Q$式係数aとの関連も判明したため、定数根拠の明確化が図られていること、などを挙げることができる。

3、貯留関数法について

河道の貯留関数法は、区間の流下量が1個しか与えられないと見なした場合、流域の貯留関数と同様に等流条件の束縛を脱していないと解釈でき、連鎖した溜め枡系にごく近い単純なモデルでしかない。

流域の貯留関数法も、損失現象表現が未分化で、$T\ell$も大きな値をとることなど、かなりの改良余地が認められる。

4、分布断面関数法

本手法は、単純な断面形状を持つ河道の模擬手法であり、複断面改修河道等への適用は保証しない。

また、断面形状によってP値、γ値に大きなずれを生じる場合は、適用者の対応に委ねることとする。

まず、以下に本手法の基本式を示す。

1）運動の式　$A' = KQ^P$, $A = A'/Ef$〔断面関数〕

ここに、
- A'：有効断面積　〔m^2〕
- A：貯留断面積　〔m^2〕
- Q：流量　〔m^3/s〕
- Ef：有効断面係数（$0.6 \leq Ef \leq 1.0$）
- K, P：定数

2）連続の式　$\frac{\partial A}{\partial t} = q - \frac{\partial Q}{\partial x}$〔不定流の連続関係式〕

ただし、差分化にあたり、$\frac{\partial A(x)}{\partial t}$の2次曲線近似を考慮して次のようにした。

$$\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta x} C_0 - \left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)_1 C_1 , \quad A_2(t) = A_2(t-\Delta t) + \Delta A_2$$

（添字は、区間0、上流1、下流2）

ここに、
- ΔQ：区間の流量差（横流入$q\Delta x$を含み、増水時正符号とする。）
- C_0, C_1：補助定数　$C_0 = 2 - Cd$, $C_1 = 1 - Cd$
- Cd：河道低減係数　$\fallingdotseq 1/2$
- Δx：区間距離　〔m〕5Km程度
- Δt：計算時間間隔〔S〕1/4hr程度

以上の式を組み合せ、Δtごと、上流から1区間ごとに計算して収束解を求めていけばよい。

次に、断面関数を求めた経過と、連続関係差分式の導入方法について、若干の説明を加える。

【1】断面関数の決定

定数K，Pは、$H \sim Q$式及びマンニングの平均流速公式から定めうるが、別の自由度であるEfについては、A'が直接検証できないこと等を勘案し、径深補正係数の影響（$\gamma^{2/3}$）を予め含む調整定数と定義づけるものとした。

1）$H \sim Q$式　$Q = a(H-b)^2 \longrightarrow Q = ah^2$

2）平均流速公式　$\bar{v} = \frac{1}{n}\sqrt{I}\,R^{2/3} \longrightarrow \bar{v} = \frac{1}{n}\sqrt{I}(\gamma h)^{2/3}$

3）流量計算式　$Q = A'\bar{v}$

ただし、$h=H-b$, $R=\gamma h$ を仮定。

γ : 径深補正係数　$(0.5 \le \gamma \le 1.0)$

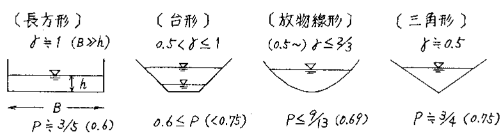
以上３式を連立させ、h 及び $\bar{v}$ を消去すると、

$$A' = \alpha^{\frac{1}{3}} \frac{n}{\gamma^{2/3}\sqrt{I}} Q^{2/3} \qquad (\leftrightarrow \quad A' = KQ^{P})$$

が得られ、同時にK，Pも定めうるが、貯留断面を決めるEfが扱われておらず、実際より少めの A' になることを了解のうえで次のようにしている。

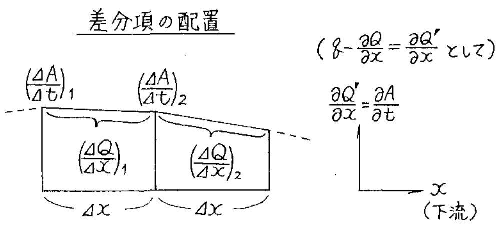
$$K = \alpha^{\frac{1}{3}} \frac{n}{\sqrt{I}} , \quad P = 2/3 , \quad 0.6 \le Ef \le 1.0$$

もし、別のP値が必要な場合は、H～Qの指数から再検討する必要があろう。　参考までに、各種単純断面形状の γ 値，P値を図示しておく。



【2】連続関係差分式の導入

差分式導入のための場は、下図のとおり設定した。各差分項は Δt 間の平均値で、$\frac{\Delta Q}{\Delta x}$ については区間平均値でもあるとする。



求めるべき値を $\frac{\Delta A(x)}{\Delta t}$ が第２断面で与える $\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)_2$ とし、別の３項で定まる２次曲線で推算すると次式を得る。

（$Q(x)$ に関しては３次に相当）

$$\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)_2 = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta x}\right)_1 \frac{5}{4} - \left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)_1 \frac{1}{2} + \left(\frac{\Delta Q}{\Delta x}\right)_2 \frac{1}{4} \quad \text{（算出経過省略）}$$

ところが、キネマティック波の条件下では下流の $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta x}\right)_2$ を用いることができないため、他の項で置き換えざるを得ず、最終的には河道低減係数 Cd を導入することにより、全ての場合に対応可能としたものである。（近似次数はあいまいになる。）

肝心なことは、水量保存則に反しない範囲で $\frac{\Delta A(x)}{\Delta t}$ の曲りがある程度考慮されることであり、上流側断面の重みが約½の値をとる点に意義があるものと考えられる。

なお、Cd の機能は、０で無低減、１で最大の低減となるように定めたが、標準的には½を推奨する。

5、精度管理と適用範囲

本手法では、差分間隔に次のような制約があるが、精度管理上は適用の基準として必要な条件である。

1) $\Delta x \ge h_{max}/I$　（下流水頭の影響外の条件）

2) $\Delta t \le \Delta x / \left(\frac{Q}{A}\right)_{max}$　（伝播速度の制約条件）

また、1)は勾配による適用範囲の目安でもあり、通常 $I \ge 1/1000$ を妥当な範囲としておきたい。

6、適用及び応用例

実際の河道への適用は、最上川の支川鮭川を対象として実施し、良好な結果を得た。　この場合、P値、Cd 値は標準値を使用し、係数Kも計画で用いる粗度と勾配、及び実測H～Qから与えており、定数決定労力がかからないことも明らかになった。

ただ、調整定数Efは流量規模の増加につれて減少させた方が適合する傾向にあり、未改修部分の氾濫貯留の扱い方を今後考慮する必要性が認められた。また逆に単断面や氾濫の少い場合は適合性が安定するものと推察される。（例えば谷間からの流出）

次に、本手法を流域流出の河道網に応用する試験を行った結果では、貯留関数法とは比較にならない程の洪水波形の再現性が得られることが判り、Tlを使わない改良方針の妥当性も実証されている。

7、等価粗度法との関連

本手法は、等価粗度法とよく似た手法ではあるが、等価粗度法にも河道部分の低減がない、区間分割が細かくなり易い、などの疑問点があり、さしあたり本手法の連続関係差分式を併用し、河道低減効果の取込みと区間分割数の節減を図るよう提言したい。

8、おわりに

以上、分布断面関数法とその応用面の一端を紹介した。

今後は、断面関数の精密化、位置水頭の考慮といった中間的な段階の不定流解法を含み、従来なかった簡便法から厳密解法まで接がりのよい手法体系をめざし、引き続き検討していく予定である。

本論が、洪水模擬精度の向上にいくらかでも寄与できれば幸いである。