

孤立波の斜面上での変形

東北大学工学部 学生員 ○ 長尾昌朋
東北大学工学部 正会員 後藤智明
東北大学工学部 正会員 吉藤伸夫

1. はじめに

波頂曲率の効果を無視できない長波を記述する方程式として、Peregrine の式、著者らの一人が導いたアーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式などがある。本論文では、孤立波の斜面上の変形に関して実験および前述の2式を比較検討する。

2. 実験

実験には、長さ10m、幅30cm、深さ45cmの水路で、1/20の勾配の斜面をとりつづけたものを用いた。2台のリープ式水位計を使用した。そのうちの1台は場所を固定し、他を断面間隔5cm毎に移動して波形を測定した。固定した水位計の記録を基にして各波形の時間の調整を行った。実験は、波高水深比0.44と0.11の2種類の場合を行った。

3. 数値計算法

長波を記述するパラメータとして、波高水深比 ϵ 、相対水深 σ 、アーセル数 U がある。Peregrine の式は、 $\epsilon \ll 1$ 、 $\sigma \ll 1$ 、 $U \sim 1$ であると仮定して求めたものである。全水深($D = h + \eta$)にわたって積分し、平均流速 $\bar{u}$ を含んだ次式であたえられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [D \bar{u}] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [D \bar{u}] + \frac{\partial}{\partial x} [D \bar{u}^2] + g D \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{3} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x \partial t} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial \eta}{\partial x} \left[\frac{h^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x \partial t} + h \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \right] \quad (1)$$

アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式は、 $\epsilon \sim 1$ 、 $\sigma \ll 1$ と仮定したものであり、次の様に表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [D \bar{u}] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [D \bar{u}] + \frac{\partial}{\partial x} [D \bar{u}^2] + g D \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} F_1 + \frac{D^2}{2} F_2 \right] - \frac{\partial \eta}{\partial x} \left[\frac{D^2}{2} F_1 + D F_2 \right]$$

$$F_1 = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial t} + \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2$$

$$F_2 = \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (2)$$

数値計算には陰差分法を用いている。(差分式は割愛する。)

図1に空間波形を示す。式(1)では波高増幅、波形

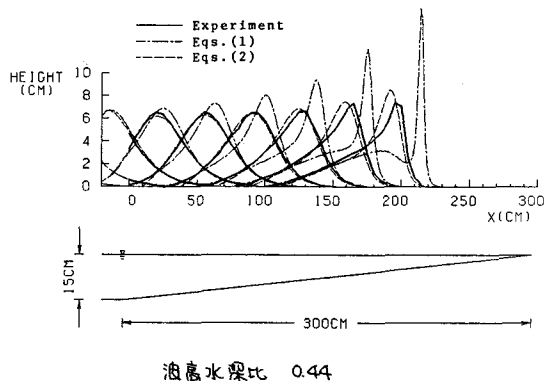
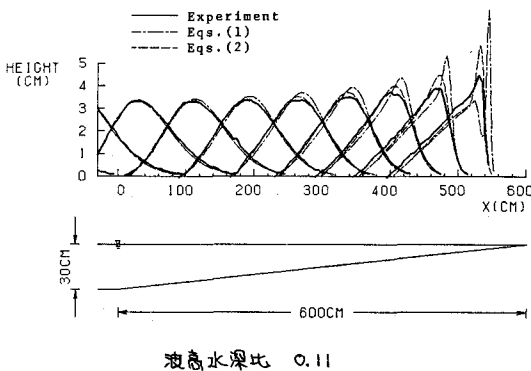


図1 空間波形

前傾化が実験値に比べ顕著であり、波高水深比の増大についでその傾向が大きくなる。式(2)では、波高は実験値より大きくなるが前傾化は同程度である。その波高増加も式(1)より小さく、実験値に近いものとなっている。

図2に波形および運動量の式の各項を示す。これは最大値で基準化してある。波高水深比が小さい場合は、局所項と重力項が釣り合い、他の項は小さい。また式(1)と式(2)の分散項の差も小さい。波が斜面を進むと、移流項が大きくなってくる。また各項も前傾化してくる。波高水深比が大きき場合は、局所項に比べ、移流項、分散項を無視できなくなる。式(1)の分散項は、式(2)の分散項に比べ値も小さく形も前傾化している。これが式(1)を用いた場合、波高が増幅し波形が前傾化する原因と考えらる。式(2)の分散項では、 $\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} F_1 \right]$ の項が大きき他は無視できる。さらにその中では、第1項が大きく第2項が逆位相で修正する形になっている。第3項は小さい無視できる。

4. 結言

式(2)を用いた場合でも、破波点の近くでは実験値からはずれてくる。どこでも精度良く計算するためには、さらに高次近似の式を用いることを考えなければならぬ。

図2 各項の比較

上から、波高水深比0.11の場合の波形
運動量の式の各項

式(2)の分散項

式(1)の分散項

式(2)の分散項の $\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} F_1 \right]$ の項

波高水深比0.44の場合の波形
運動量の式の各項

式(2)の分散項

式(2)の分散項の $\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} F_1 \right]$ の項

