

秋田高専 正員 ○ 堀 江 保
秋田大学 正員 薄 木 征 三

1. はじめに 我々は、これまでせん断変形を考慮したはり理論を展開し、せん断遅れの影響および有効幅等を検討してきた。しかしながら、それらは弾性領域のみに限られており、塑性域の影響は含まれていない。ここでは、弾塑性状態に対しこのせん断変形理論と適用し、塑性化が起まる荷重、塑性域の広がり等に及ぼすせん断変形の影響を報告する。対象としたのは、図-1に示す矩形断面ともう単純桁で、荷重状態としては、等分布荷重および集中荷重を用い、各々の理論式と対照し、数値計算例を示した。

2. 理論式 弾塑性状態の断面内軸心力分布として、塑性部分は降伏応力 Y 、弾性部分は次のせん断変形を考慮した理論式を用いた。

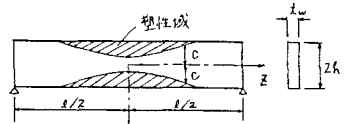


図-1 対象桁の諸寸法記号

$$\sigma_z = -E\chi u''_b \left\{ 1 + \frac{u''_s}{u''_b} \left(1 - \frac{J_y}{\chi \cdot K_{yy}} B_x \right) \right\} \quad \text{--- (1)}$$

上式中、 u''_b 、 u''_s は各々曲げによるたわみ、せん断によるたわみの2回微分を表わす。また、 J_y 、 K_{yy} の断面定数および B_x で示される座標は、矩形断面に対し、定義より次のように求められる。

$$J_y = \int_A x^2 dF = \frac{2}{3} t_w h^3, \quad K_{yy} = \int_A x \cdot B_x dF = -\frac{4}{15} t_w h^5, \quad B_x = \int_{s_1}^s \frac{s_x}{t_w} ds = \frac{1}{6} x^3 - \frac{1}{2} h^2 x \quad \text{--- (2) a-c}$$

B_x 座標の中の s_x は $\int_{s_1}^s x \cdot t_w ds$ で求められる。図-1に示すように弾性部分の高さを C とおくと、 $x = \pm C$ において $\sigma_z = \pm Y$ として(2)式より(3)式が得られ、 σ_z による断面内のモーメントは(4)式により求まる。

$$\sigma_z = \frac{Y}{C} x - \frac{5}{12} E\chi u''_s \left(\frac{x^2}{h^2} - \frac{C^2}{h^2} \right) \quad \text{--- (3)} \quad M = \int_{-C}^C \sigma_z t_w x dx + 2 \int_C^h Y t_w x dx \quad \text{--- (4)}$$

等分布荷重を q 、および集中荷重を P とした時、弾塑性状態として次の範囲を対象とした。

$$g_1 \leq g \leq g_2 \quad \text{--- (5) a} \quad g_1, P_1 \quad \text{--- 桁中央断面の上下縁が降伏応力} Y \text{ に達する時の荷重}$$

$$P_1 \leq P \leq P_2 \quad \text{--- (5) b} \quad g_2, P_2 \quad \text{--- 桁中央断面が全断面降伏する時の荷重}$$

各荷重状態に対し、(5)式の範囲で荷重を変化させ、荷重による曲げモーメントを(4)式に代入することにより任意の z に対する C の変化が求められる。したがって、塑性域の広がり求められる。

(A) 等分布荷重の場合 (3)式中の u''_s は次式のように与えられる。

$$u''_s = \frac{8l^2(n-1)}{EJ_y(kl)^2} \left\{ \frac{\cosh klz}{\cosh(kl/2)} - 1 \right\} = \frac{3q}{5t_w h G} \left\{ \frac{\cosh klz}{\cosh(kl/2)} - 1 \right\} \quad \text{--- (6)}$$

上式において、 n および kl は、断面定数と弾性係数により定義される定数で次のように求められる。

$$n = \frac{1}{1 - K_{yy}^2/(J_y \cdot R_{yy})} = 8.5, \quad kl^2 = \frac{G}{E} n \frac{D_{yy}}{R_{yy}} = 210 \frac{G}{E} \frac{1}{h^2} \quad \text{--- (7) a, b}$$

(7)式の J_y 、 K_{yy} は(2) a, b 式を用い、また、 D_{yy} 、 R_{yy} は定義より次のように求めた。

$$D_{yy} = \int_A \left(\frac{s_x}{t_w} \right)^2 dF = \frac{4}{15} t_w h^5, \quad R_{yy} = \int_A (B_x)^2 dF = \frac{34}{315} t_w h^7 \quad \text{--- (8) a, b}$$

桁中央断面の曲げモーメント $M = 8l^2/8$ を(4)式に代入し、無次元化して整理すると(5) a 式は次式となる。

$$\frac{4}{3} g_{1s} \leq K_1 \leq 2, \quad K_1 = \frac{q}{t_w Y} \left(\frac{l}{2h} \right)^2, \quad g_{1s} = \frac{1}{1 + \frac{28}{81} \left(\frac{2h}{l} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh(kl/2)} \right\}} \quad \text{--- (9) a-c}$$

また、任意のZにおける曲げモーメント $M = P/2 (\ell^2/4 - Z^2)$ を(4)式に代入すると次式が得られる。

$$\left(\frac{2Z}{\ell}\right)^2 + \frac{28}{81} \left(\frac{2h}{\ell}\right)^2 \left(\frac{C}{h}\right)^5 \left\{ \frac{\cosh kZ}{\cosh(k\ell/2)} - 1 \right\} + \frac{2}{K_1} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{C}{h}\right)^2 \right\} - 1 = 0 \quad \text{---- (10)}$$

(9)式および(10)式では、 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, $G = 8.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ を用いて整理した。(10)式を用いて任意の寸法比 $(2h/\ell)$ をもつ桁について、(9)式で K_1 の範囲で $(2Z/\ell)$ に対する (C/h) の変化が計算できる。その際、 $(2Z/\ell)$ の最大値は、(10)式で $(C/h) = 1$ とおいて求まる値である。これらの式において、2重アンダーラインはせん断変形による項を示し、これを無視したものが従来のはり理論となる。

(B) 中央に集中荷重が作用した場合 集中荷重の場合の U_5'' は(11)式のように与えられ、以下等分布荷重と同様の手順によって(12)式および(13)式が求められる。

$$U_5'' = -\frac{P\ell(n-1)}{2EJ_y(k\ell)} \frac{\sinh k(\ell/2 - Z)}{\cosh(k\ell/2)}$$

$$= -\frac{63P}{kwh^3E} \sqrt{\frac{E}{210G}} \frac{\sinh k(\ell/2 - Z)}{\cosh(k\ell/2)} \quad \text{--- (11)}$$

$$\frac{4}{3} P_{15} \leq K_2 \leq 2, \quad K_2 = \frac{P}{kwhY} \left(\frac{\ell}{2h}\right),$$

$$P_{15} = \frac{1}{1 + \frac{14}{9} \left(\frac{2h}{\ell}\right) \tanh \frac{k\ell}{2}} \quad \text{--- (12) a-c}$$

$$\left(\frac{2Z}{\ell}\right) - \frac{14}{9} \left(\frac{C}{h}\right)^2 \left(\frac{2h}{\ell}\right) \frac{\sinh k(\ell/2 - Z)}{\cosh(k\ell/2)} + \frac{2}{K_2} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{C}{h}\right)^2 \right\} - 1 = 0 \quad \text{--- (13)}$$

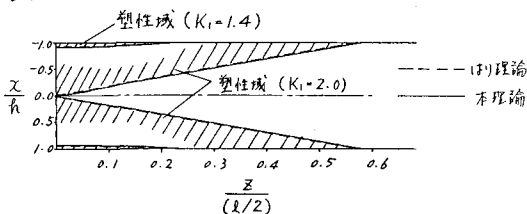


図-2 等分布荷重の場合の塑性域 $(\frac{2h}{\ell} = 0.1)$

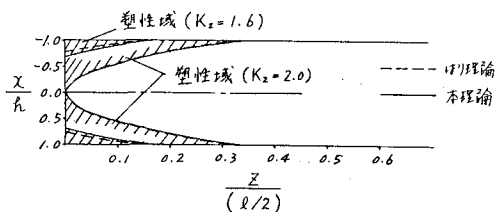


図-3 集中荷重の場合の塑性域 $(\frac{2h}{\ell} = 0.1)$

3. 計算例 前式を用い数値計算を行なった。塑性化の始まる荷重として次のような値が得られた。

$$\frac{2h}{\ell} = 0.1 \text{ の時 } \begin{cases} K_1 = 1.329 \text{ (1.333)} \\ K_2 = 1.154 \text{ (1.333)} \end{cases}$$

$$\frac{2h}{\ell} = 0.5 \text{ の時 } \begin{cases} K_1 = 1.227 \text{ (1.333)} \\ K_2 = 0.750 \text{ (1.333)} \end{cases}$$

() 内の数値は、従来のはり理論の値を示す。

図-2~5に塑性域の広がりおよび $(2h/\ell) = 0.5$

については断面内応力分布の1例を示した。桁中央が全断面降伏した場合の塑性域の広がり、はり理論とほぼ一致する結果が得られた。しかし、その荷重に至る過程においては、スパン長に比べ桁高の高い桁せん断変形の影響が認められ、特に、集中荷重の塑性化が始まる荷重において大きな差が現われた。また、応力分布に関しては、等分布荷重の支点より、集中荷重作用断面において差異が認められた。なお、(10)式、(13)式は、ニュートン・ラプソン法を用いて解いた。

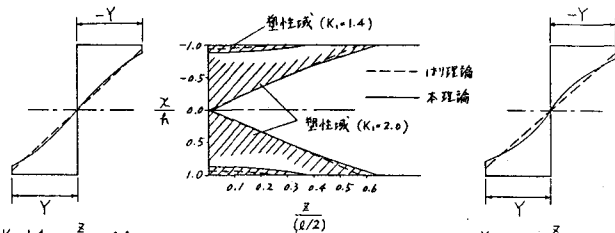


図-4 分布荷重の場合の塑性域と応力分布 $(\frac{2h}{\ell} = 0.5)$

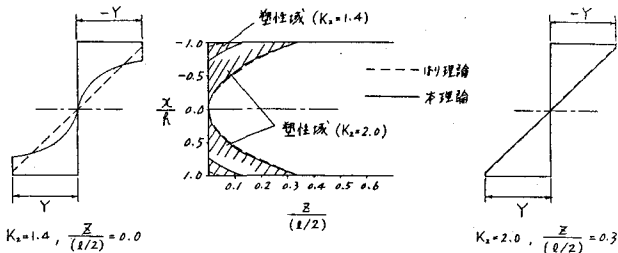


図-5 集中荷重の場合の塑性域と応力分布 $(\frac{2h}{\ell} = 0.5)$