

岩手大学工学部 学生員 ○青山 憲明

岩手大学工学部 正会員 宮本 裕

岩手大学工学部 正会員 岩崎 正二

1 はじめに 粘弾性体についてレラクセーション係数を導入したTrostの材料法則に基づいて、Schadeは有効弾性係数や有効バネ剛性を定義し、粘弾性の性質を持つ桁の死荷重や粘弾性地盤上の支承沈下による応力変化の解析を行なった。本報告は、Schadeの提案に基づき、粘弾性地盤として3要素モデルを当てはめ、2スパンPC桁のクリープの影響による応力変化の算定を剛性マトリックス法で行なった。

2 粘弾性体 レラクセーション係数を用いたTrostの応力とひずみの基本式は式(1)となる。乾燥収縮の項は省略した。

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \{1 + \phi(t, \tau_0)\} + \frac{\sigma_0 - \sigma(t)}{E} [1 + \rho(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)] \quad (1)$$

ここで、 $\varepsilon(t)$ は時間 t のひずみ、 $\sigma(t)$ は時間 t の応力、 τ_0 は荷重開始時の材令、 σ_0 は $t = \tau_0$ の応力、 $\rho(t, \tau_0)$ は時間 t のレラクセーション係数、 $\phi(t, \tau_0)$ は時間 t のクリープ係数、 E は弾性係数(一定値)を表わす。式(1)において $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$ とし、さらに応力緩和を表わす $\sigma(t) = \sigma_0 R(t, \tau_0)$ を用いて $\rho(t, \tau_0)$ を解くと

$$\rho(t, \tau_0) = \frac{1}{1 - R(t, \tau_0)} - \frac{1}{\phi(t, \tau_0)} \quad (2)$$

となる。 $R(t, \tau_0)$ はレラクセーション関数(応力緩和関数)である。コンクリートの場合、 $R(t, \tau_0)$ に関する簡単な式は確かめられないが、荷重材令1か月程度で長期間後の応力解析の場合、近似的に $\rho = 0.8$ を当てはめてよい。

応力の変化量 $\sigma_p = \sigma(t) - \sigma_0$ 、ひずみの変化量 $\varepsilon_p = \varepsilon(t) - \varepsilon_0$ として、式(1)を変形すると、

$$\sigma_p = \frac{E}{1 + \rho(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)} \varepsilon_p - \frac{\phi(t, \tau_0)}{1 + \rho(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)} \sigma_0 \quad (3)$$

となる。(3)式の両辺に y をかけ、断面積 A で積分すると、

$$M_p = \frac{EI}{1 + \rho(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)} \chi_p - \frac{\phi(t, \tau_0)}{1 + \rho(t, \tau_0) \phi(t, \tau_0)} M_0 \quad (4)$$

となる。ここで、 M_p はクリープによる曲げモーメントの変化量、 χ_p は曲率の変化量、 M_0 は $t = \tau_0$ の曲げモーメントを表わす。変形法に適用するには、弾性係数の代りに有効弾性係数 $E/(1 + \rho \phi)$ を用い、荷重として有効断面積 $M_0 \phi/(1 + \rho \phi)$ を考える。次に、地盤についてのレラクセーション係数を用いた沈下量の基本式を式(5)で表わす。

$$s(t) = \frac{P_0}{c} [1 + \phi_s(t, \tau_0)] + \frac{P(t) - P_0}{c} [1 + \rho_s(t, \tau_0) \phi_s(t, \tau_0)] \quad (5)$$

ここで、 $s(t)$ は時間 t の沈下量、 $P(t)$ は時間 t の荷重、 P_0 は $t = \tau_0$ の荷重、 c はバネ剛性(一定値)を表わす。粘弾性地盤の単純なモデルとして、図1に示す3要素モデルを用いる。ダッシュポット要素の粘性係数 $\eta_v = cT/\phi_\infty$ 、バネ要素の弾性係数 $k_s = c$ 、 $k_v = c/\phi_\infty$ とすると、クリープ係数、レラクセーション関数(応力緩和関数)は次のように表わされる。

$$\phi(t, \tau_0) = \phi_\infty [1 - \exp\{-(t - \tau_0)/T\}] \quad (6)$$

$$R(t, \tau_0) = \frac{1}{1 + \phi_\infty} [1 + \phi_\infty \exp\{-(1 + \phi_\infty)(t - \tau_0)/T\}] \quad (7)$$

ここで、 ϕ_∞ は最終クリープ係数、 T は遅延時間を表わす。

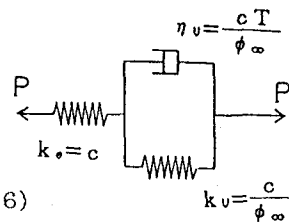


図1 3要素モデル

3 変形法による解析 図2に示すような、等分布荷重 q が荷重されている2径間連続PC桁のクリープによる断面力変化の算定を行なう。中間支点は、3要素モデルの粘弾性地盤上にあるものとする。ここで、 $E_b I$ 、 ρ 、 ϕ は、それぞれPC桁の曲げ剛性、レラクセーション係数、クリープ係数を表わし、 c 、 ρ_s 、 ϕ_s は粘弾性地盤のバネ係数、レラクセーション係数、クリープ係数を表わす。時間 $t = \tau_0$ のときはクリープの影響はなく、単純な弾性支承上の弾性

梁の問題となる。B点の曲げモーメント M_{B0} 、支承反力 F_{B0} は次のようになる。

$$M_{B0} = -\frac{q}{8} \frac{(\ell_1^2 - \ell_1 \ell_2 + \ell_2^2) - 12 E_b I / c \times (1/\ell_1 + 1/\ell_2)}{1 + 3 E_b I / c \ell_1 \ell_2 \times (1/\ell_1 + 1/\ell_2)} \quad (8)$$

$$F_{B0} = \frac{q}{8} \frac{(1/\ell_1 + 1/\ell_2) (\ell_1^2 + 3 \ell_1 \ell_2 + \ell_2^2)}{1 + 3 E_b I / c \ell_1 \ell_2 \times (1/\ell_1 + 1/\ell_2)} \quad (9)$$

時間 t でのPC桁の有効弾性係数、地盤の有効バネ係数は次のようになる。

$$E_b^* = \frac{E_b}{1 + \rho_b(t, \tau_0) \phi_b(t, \tau_0)} \quad (10)$$

$$c^* = \frac{c}{1 + \rho_s(t, \tau_0) \phi_s(t, \tau_0)} \quad (11)$$

荷重としての有効断面力は、図3に示す曲げモーメント、支承反力を用いる。また、剛性マトリックス法に適用するため、モーメント荷重のための荷重項を表1で用意する。

部材ABの剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} Q_A \\ M_A \\ Q_B \\ M_B \end{Bmatrix}_\varphi = E_b^* I \begin{bmatrix} 12/\ell_1^3 & -6/\ell_1^2 & -12/\ell_1^3 & -6/\ell_1^2 \\ & 4/\ell_1 & 6/\ell_1^2 & 2/\ell_1 \\ \text{Sym.} & & 12/\ell_1^3 & 6/\ell_1^2 \\ & & & 4/\ell_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_A \\ \theta_A \\ v_B \\ \theta_B \end{Bmatrix}_\varphi + \begin{Bmatrix} Q_A \\ M_A \\ Q_B \\ M_B \end{Bmatrix}^E$$

$$Q_A^E = -\frac{M_{B0}}{\ell_1} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)}, \quad M_A^E = \frac{q \ell_1^2}{8} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)} \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$Q_B^E = \frac{M_{B0}}{\ell_1} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)}, \quad M_B^E = M_{B0} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)} + \frac{q \ell_1^2}{8} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)} \left(\frac{2}{3}\right)$$

部材BCの剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} Q_B \\ M_B \\ Q_C \\ M_C \end{Bmatrix}_\varphi = E_b^* I \begin{bmatrix} 12/\ell_2^3 & -6/\ell_2^2 & -12/\ell_2^3 & -6/\ell_2^2 \\ & 4/\ell_2 & 6/\ell_2^2 & 2/\ell_2 \\ \text{Sym.} & & 12/\ell_2^3 & 6/\ell_2^2 \\ & & & 4/\ell_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_B \\ \theta_B \\ v_C \\ \theta_C \end{Bmatrix}_\varphi + \begin{Bmatrix} Q_B \\ M_B \\ Q_C \\ M_C \end{Bmatrix}^E$$

$$Q_B^E = \frac{M_{B0}}{\ell_2} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)}, \quad M_B^E = -M_{B0} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)} + \frac{q \ell_2^2}{8} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)} \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$Q_C^E = -\frac{M_{B0}}{\ell_2} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)}, \quad M_C^E = \frac{q \ell_2^2}{8} \frac{\phi_b}{(1 + \rho_b \phi_b)} \left(\frac{2}{3}\right)$$

垂直バネの剛性マトリックス $Q_{B\varphi} = c^* v_{B\varphi}$

$$\text{境界条件 } \Sigma Q_{B\varphi} = F_{B0}^E = -F_{B0} \frac{\phi_s}{(1 + \rho_s \phi_s)}$$

4 数値計算例 一例として、時間 $t=200$ 日のクリープによる曲げモーメントの変化量を求める。計算結果を比較するため、文献〔2〕の中で応力法による計算例で用いられた数値をもちいる。

PC桁について： $\ell_1=35\text{m}$, $\ell_2=45\text{m}$, $E_b I=2.1 \times 10^5 \text{ MNm}^2$, $q=200 \text{ kN/m}$, $\tau_0=28$ 日, ϕ_b はDIN 4227 及びCEB 1973 を引用し、 $t=200$ 日で $\phi_b(200)=1.1736$, $\rho_b(200)=0.8$ とする。

地盤について： $1/c=0.3 \times 10^{-2} \text{ m/MN}$, $\phi_\infty=7/3$, $T=100$ 日, ϕ_s, ρ_s は式(2)(6)(7)により算定する。
 $\tau_0=28$ 日のときのB点の曲げモーメント $M_{B0}=-30.4208 \text{ MNm}$, $t=200$ 日のときの変化量 $M_{B\varphi}=4.0334 \text{ MNm}$,
 曲げモーメント $M_{B,t=200}=M_{B0}-M_{B\varphi}=-26.3874 \text{ MNm}$ となる。

参考文献

- [1]: Diter Schade.: "Zur Berechnung der Schnittkraftumlagerungen infolge von Kriechen und Schwinden des Beton bei statisch unbestimmten Stabwerken mit Verbundquerschnitten"; DER STAHLBAU/7 (1980)
 [2]: Diter Schade.: "Schnittgrößen infolge zeitabhängiger Tragwerk- und Betonverformungen"; DIE BAUTECHNIK/4 (1982)

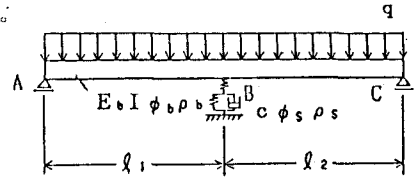


図2 粘弾性地盤上の2径連続桁

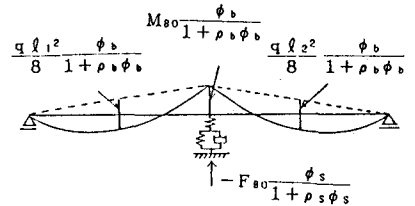


図3 有効断面力

表1 荷重項

Factor	$M_0 \frac{\phi_b}{1 + \rho_b \phi_b}$			
Form				Parabola
Q_i	0	$-\frac{1}{\ell}$	$\frac{1}{\ell}$	0
M_i	-1	0	-1	$-\frac{2}{3}$
Q_j	0	$\frac{1}{\ell}$	$-\frac{1}{\ell}$	0
M_j	1	1	0	$\frac{2}{3}$