

静的不安定性を有する構造物の動的崩壊に関する考察

東北大学工学部 ○正員 中島章典
東北大学工学部 正員 倉西 茂

1. はじめに

最近、動的終局強度設計法を確立する上で必要な動的破壊基準を明らかにするために、構造物の動的終局強度に関連するパラメーターとして最大変位量の他、入力エネルギー、塑性ひずみエネルギーなどに注目した研究^{1), 2)}が行われている。しかしこれらの研究では、動的荷重を受ける構造物の変形が、静的終局状態と同じ変形量に達した場合、あるいは仮定した変形量に達した場合を構造物の動的終局状態とするなど、構造物の動的終局強度の定義が曖昧である。ここで対象とした静的不安定性を有する構造物が比較的大きい動的荷重を受けた場合、この構造物は明らかな崩壊現象を伴なう³⁾。

そこで本報告では、静的不安定性を有する構造物として基本的なモデルの動的終局強度を求め、この終局状態までの変位応答、エネルギー応答などを計算し、構造物の動的終局状態における応答量と崩壊の関係を調べた。

2. 解析モデル・パラメーター

非線形復元力特性をもつ構造物の動的終局状態を修正Newton-Raphson法とNewmarkのβ法($\beta = 1/4$)により追跡した。解析モデルは図-1に示す質点(質量: M)、剛棒(長さ: L)、回転バネ(バネ定数: K)からなる曲げ振動モデルであり、質点には鉛直方向荷重Pが作用している。回転バネの復元力特性は完全弾塑性型とする。幾何学的な非線形性および減衰を無視すれば、系の運動方程式は次式のようになる。

$$LM\ddot{y} + R - Py = LF(t) \quad (1)$$

本報告で用いた主な構造パラメーターを表-1に示すが、これらの構造パラメーターは固定する。表中 R_y は降伏復元力、Tは固有周期である。動的荷重F(t)は地震力などのように支点変位として作用する次式を考える。

$$F(t) = -M\alpha(t) \quad (2)$$

ここに、 $\alpha(t)$ は入力加速度であり、系の固有振動数に等しい振動数を持つ正弦波および、5~15Hzの卓越周波数を持つランダム波を用いた。

3. 動的終局強度(崩壊)の定義

図-2に、振幅4m/s²の正弦波加速度外力を受ける場合の質点の変位応答(C_0)を示す。共振現象による変位振幅の増加によりバネが塑性化し、その後振動がしだいに一方へ移動し、ついには変位が急激に発散して系が崩壊に至っている。変位応答が一方に移動するのは、バネの塑性化と鉛直方向荷重のエネルギー的効果の相互作用によるものである。ここで任意の時間ステップ以降、動的荷重が作用しないにもかかわらず変位が発散する場合で、最も早い時間ステップに系の崩壊が起こると定義する。この図では、時刻472ステップ以降、動的荷重が作用しない場合には変位が発散しない(C_1)。けれども時刻473ステップ以降、動的荷重が作用しない場合には変位が発散して系が崩壊に至っている(C_2)。従って、時刻473ステップの状態を動的終局状態とする。

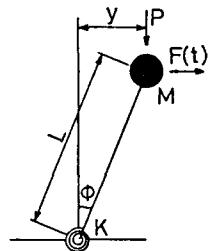


図-1 解析モデル

表-1 構造パラメーター

M	= 10 kg
K	= 500 kN·m
L	= 5 m
P	= 20 kN
R_y	= 1 kN·m
T	= 0.157 s

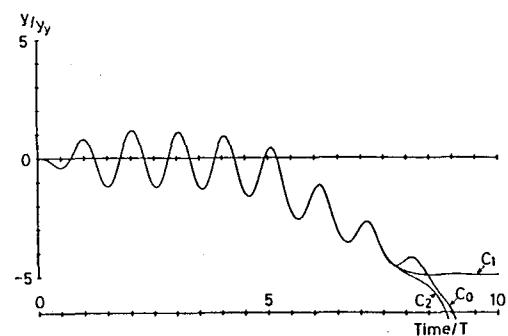


図-2 変位応答曲線

4. エネルギー応答

式(1)の両辺に $\dot{\phi}$ を掛け時間について積分し整理すれば、次のエネルギー釣合式が得られる。

$$\int_0^{t_1} M \ddot{y} \dot{y} dt + \int_0^{\phi_1} R d\phi = \int_0^{t_1} F(t) \dot{y} dt + \int_0^{y_1} \frac{P}{L} y dy \quad (3)$$

上式の左辺第1項が運動エネルギー、第2項がひずみエネルギー（弾性および塑性ひずみエネルギー）、右辺第1項、第2項が加速度外力による入力エネルギー、鉛直荷重によるポテンシャルエネルギーである。従って、上式のエネルギー量を各時刻ごとに計算すればエネルギー応答を得ることができる。

図-3には、図-2と同じ外力を受ける系のエネルギー

応答曲線（加速度外力による入力エネルギー： E_f 、

鉛直荷重によるポテンシャルエネルギー： E_p 、この

2つを加えた全入力エネルギー： E_T 、履歴減衰エネ

ルギー： E_h ）を表している。縦軸がエネルギーを、

横軸が時間を、降伏エネルギー（ $E_y = K \phi_y^2 / 2$ ）、系

の固有周期で無次元化して表している。全入力エネル

ギーと履歴減衰エネルギーとの差が弾性振動エネル

ギーである。バネが塑性化した後では、系の弾性振動エ

ネルギーはほぼ一定である。図に崩壊を生じた時刻を

示しているが、崩壊が生じるときには加速度外力によ

る入力エネルギーの変化は小さく、鉛直荷重によるポ

テンシャルエネルギーが大きな入力エネルギーとなっ

ていることがわかる。

5. 動的終局状態における応答量

正弦波加速度入力の場合、加速度振幅を $1 \sim 10 \text{m/s}^2$ 、ランダム波入力の場合、最大加速度を $10 \sim 30 \text{m/s}^2$ とした際の動的終局状態における各応答量を調べた。図-4は、動的終局状態における変位を示している。縦軸は変位を降伏変位で無次元化して表し、横軸は最大入力加速度を示している。実線は鉛直荷重のなすモーメントが降伏復元力に等しくなる変位（静的終局状態： R_y/P ）を表している。最大入力加速度が小さいときには、動的終局状態における変位は静的終局状態の変位にほぼ等しいが、最大入力加速度が大きくなるほど、動的終局状態における変位は小さくなる傾向がある。この傾向はランダム波の場合も同様である。

図-5には、動的終局状態における入力エネルギー、塑性エネルギーを示す。縦軸がエネルギーを降伏エネルギーで無次元化して表し、横軸が入力加速度振幅を示している。●が入力エネルギー、△が塑性ひずみエネルギーである。終局状態における入力エネルギー、塑性ひずみエネルギーとも一般的な傾向を見出すことはできない。

《参考文献》

1. 加藤・秋山：強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷、建築学会論文集、第 235 号、1975.9
2. 大野・西岡・藤野：構造物が地震時に受ける塑性ひずみエネルギー量の定量的評価、土木学会論文集、第 333 号、1983.5
3. 倉西・中島：周期性横加速度を受ける柱の静的圧縮軸力下での動的強度特性、土木学会論文集、第 341 号、1984.1

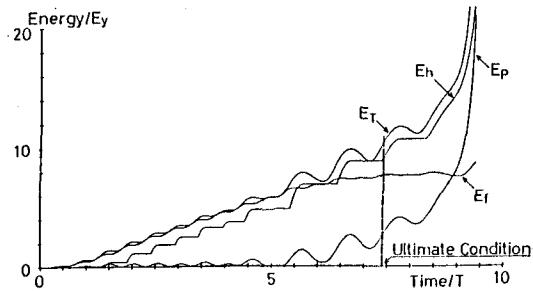
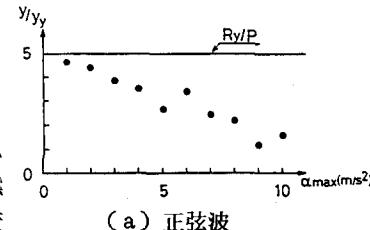
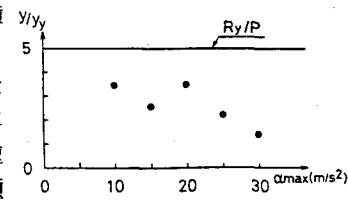


図-3 エネルギー応答曲線



(a) 正弦波



(b) ランダム波

図-4 動的終局状態における変位

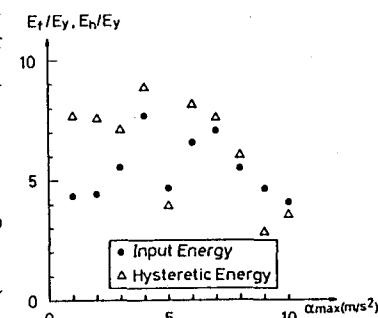


図-5 動的終局状態におけるエネルギー