

1. まえがき

本文は、圧縮偏心が岩石や石膏などの試験片の歪分布に及ぼす影響を考察するものである。偏心は圧縮分布荷重の荷重中心と試験片の図心の不一致がその主原因と考えられ、これは避け難いものである。これを偏心率という確率量として扱う試みについて報告した。本文では、偏心による歪勾配をこれと異なる観点より確率論的に考察し、試験片寸法によらずその平均歪が異なることを示すものである。

2. 圧縮偏心の概要

現在までに得られている圧縮偏心に関する実験結果の概要は次のようである。

(1) 円柱試験片の歪分布より求めた偏心量 (e) は半径 (R) に比例する。(2) 偏心量 (e) を半径 (R) で除した偏心率 (e/R) は半径に逆比例する。(3) したがって、歪勾配は寸法(半径)の大きいほど小さい。

3. 圧縮歪の確率モデルによる考察

材料の歪 (x) の確率分布 $F(x)$ が次のように Weibull 分布をなすと仮定する。

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x^m} \quad \alpha, m; \text{材料定数} \quad (1)$$

n 個の要素よりなる材料の歪の確率分布を並列モデルと仮定すると、その確率分布 $P_n(x)$ は次式で示される。

$$P_n(x) = [F(x)]^n \quad (2)$$

一方、これと相対的直列モデルのえれを $F_n(x)$ とすると

$$F_n(x) = 1 - [1 - F(x)]^n \quad (3)$$

したがって直列モデルの信頼性(非破壊確率) $R_n(x)$ は

$$R_n(x) = 1 - F_n(x) = [1 - F(x)]^n \quad (4)$$

(4) 式の逆数の対数を B とおくと次式が得られるが、これは Weibull による Risc of rupture と呼ばれる直列モデルの破壊の指標を示すものとして知られる。

$$B = -\log[R(x)] = -n \log[1 - F(x)] \quad (5)$$

(5) 式を $F(x)$ についで解いて (2) 式に代入すると次式を得る。

$$P_n(x) = [1 - e^{-\alpha x^m}]^n \quad (6)$$

したがって、Weibull の提唱した B は並列モデルの破壊の危険に対する指標ともなっていることがわかる。

(5) 及び (1) 式より微小体積 dV のもつ B は次式で与えられる。

$$B = \rho \alpha \int_V x^m dV = \rho \alpha h \int_A x^m dA \quad (7)$$

ここに、 ρ : 欠陥密度、 A : 断面積、 h : 高さである。

ここで、一辺 b の正方形断面の試験片が図-1に示すような歪勾配を受ける場合を考える。すなわち歪 ϵ は次式で示されるとする。

$$\epsilon = \epsilon_{\min} + \frac{\epsilon_{\max} - \epsilon_{\min}}{b} y = \epsilon_{\min} \left(1 + \frac{\delta}{b} y\right) \quad (8)$$

ここに δ は

$$\delta = \frac{\epsilon_{\max} - \epsilon_{\min}}{\epsilon_{\min}} \quad (9)$$

を示す。 $\epsilon_{\max}$ 、 $\epsilon_{\min}$ はそれぞれ試験片の受ける最大及び最小歪である。

(7)、(8) 式より

$$B = \rho \alpha R b \int_0^b \epsilon_{\min} \left(1 + \frac{\delta}{b} y\right)^m dy \quad (10)$$

(10) 式の積分の第2項は1に比べて小さいから、展開して x の2乗以上の項を無視し積分を実行すると

$$B \approx \rho \alpha R b^2 \epsilon_{\min}^m \left(1 + \frac{m\delta}{2}\right) = n \alpha \epsilon_{\min}^m \left(1 + \frac{m\delta}{2}\right) \quad (11)$$

一方、図-1より平均歪 ϵ_0 は次式で示される。

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon_{\max} - \epsilon_{\min}}{2} \quad (12)$$

(9)、(12) 式より次式を得る。

$$\epsilon_{\min} = \epsilon_0 / \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad (13)$$

また (6) 式を変形し両辺の対数をとると

$$B/n = -\log[1 - P_n^{\frac{1}{m}}(x)] \quad (14)$$

ここで、(11)、(14) 式より $\epsilon_{\min}$ を求めさらに (13) 式を用いて平均歪 ϵ_0 を求めると

$$\epsilon_0 = \left\{ \frac{-\log[1 - P_n^{\frac{1}{m}}(x)]}{\alpha \left(1 + \frac{m}{2}\delta\right)} \right\}^{\frac{1}{m}} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad (15)$$

歪 ϵ の平均歪 ϵ_0 の平均値 $\bar{\epsilon}_0$ ($P_n(x) = 0.5$) をこれを表わすこととすると

$$\bar{\epsilon}_0 = \left\{ \frac{-\log[1 - 0.5^{\frac{1}{m}}]}{\alpha \left(1 + \frac{m}{2}\delta\right)} \right\}^{\frac{1}{m}} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad (16)$$

ここで歪勾配を受けない ($\delta = 0$) 場合の歪を $\bar{\epsilon}_0^*$ とし、(16) 式との比を求めると

$$\bar{\epsilon}_0 / \bar{\epsilon}_0^* = \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) / \left(1 + \frac{m\delta}{2}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (17)$$

4. まとめ

(17) 式によれば、観測される歪 ($\bar{\epsilon}_0$) は δ が大きいほど大きくなる。以上は正方形断面についての結果であるが、円形断面についても全く同様の似 式が得られる。一方、前述したように圧縮偏心に関する実験結果によると、偏心率 (e/R) は半径に反比例しかつ本文の (9) 式で示される δ とほぼ比例関係にある。したがって (17) 式より、寸法 (半径) が増加すると観測される歪 ($\bar{\epsilon}_0$) は減少することになる。すなわち、ヤング率は寸法の大きい方が見掛け上小さくなりいわゆる寸法効果が生じることになる。

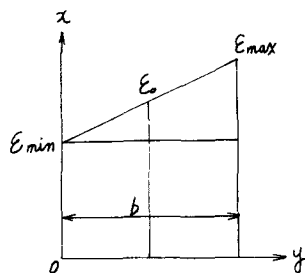


図-1 歪の分布状態