

粒状体のファブリック・テンソルと誘導異方性の関係について

東北大学工学部 学生員 ○ 上田 義明

正 員 佐武 正雄

1 まえがき

粒状体の重要な力学特性の一つとして、内力の伝達のための粒子配列変化による誘導異方性があげられる。

光弾性実験¹⁾によれば、力を伝えている接触点の法線ベクトルの方向は応力の主軸の方向に集まることと知られている。¹⁾ 本又は構造の異方性を表わすものとして著者の一人が提案した²⁾ファブリック・テンソル(有効接触点の法線ベクトルのダイアド積の平均)と 接触粒径のウェイトを考慮したブランチ・テンソルの二つを用い粒状体の誘導異方性と微視的に求められた平均応力との対応関係を 主軸の方向、異方度について検討する。

2 実験と解析

本報告で用いた光弾性実験は、四辺ハ体積変化に伴って自由に平行移動可能に設計された単純せん断試験である。試料にはφ6mm, φ8mm, φ12mmの円柱状の粒状体モデルを均等に用い、できるだけランダムに 密にパッキングし、下辺に外力を加えてせん断した。

ファブリック・テンソル φ_{ij} およびブランチ・テンソル B_{ij} は次式により表わされる。²⁾

$$\varphi_{ij} = \frac{1}{2n} \sum_R n_i n_j \quad (1)$$

$$B_{ij} = \frac{\sum_R \ell n_i n_j}{\sum_R \ell} \quad (2)$$

ここに、 n_i は接触点の単位法線ベクトル、 ℓ は接触粒子の中心距離、 R は考察する円領域、 n は R 内の有効接触点の数である。

また、微視的な平均応力としては次の領域平均応力 $\bar{\sigma}_{ij}$ ²⁾ および境界周上での平均応力 σ_{ij} ³⁾ を用いる。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{2}{\dot{n} 2\pi a} \sum_R n_i F_j \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{A} \sum_A x_i F_j \quad (4)$$

ここに $\dot{n}$ は R 内の粒子数、 a は平均粒径、 F_j は接触力、 A は R の周長である。領域 R は統計的处理を行なうに十分な数(ここでは180~200個程度)の粒子を含むものとする。

3. 結果と考察

境界での平均応力 σ_{ij} (式4)の計算には40~50個程度、一方領域平均応力 $\bar{\sigma}_{ij}$ (式3)の計算では180~200個程度の粒子を用いたが、主軸の方向(図2)、主応力比(図3)については

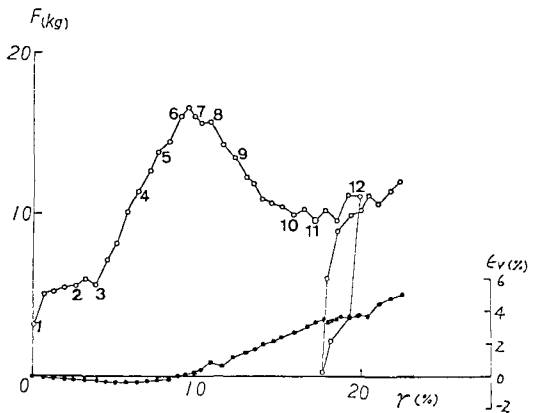


図1 せん断角とせん断ひずみ関係

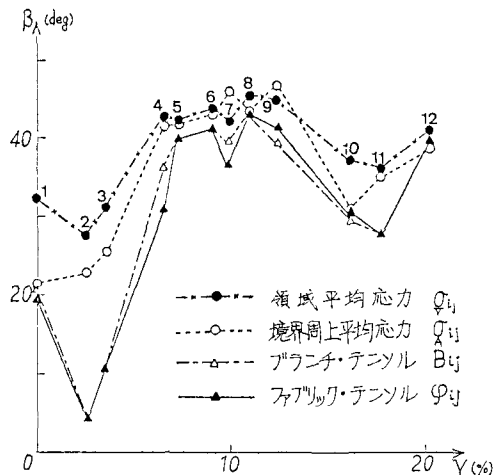


図2 主軸の方向とせん断ひずみ関係

両者ともに良く一致しており、少ない粒子数による σ_{ij} でも内部の応力状態を比較的良く表わしているといえる。ここで、主軸の方向を示す θ は鉛直固定軸からの角度である。本実験では、最大と最小の粒径に 50% の差があるが、ファブリック・テンソル φ_{ij} (式 1) と プラニチ・テンソル B_{ij} (式 2) について、その主値の比 (図 4) はほとんど同じ値を示す。主軸の方向 (図 2) についても、両者は応力と良好に対応していることがわかる。このことは、有効接触点の法線ベクトル Π_i の方向が応力の主軸の方向に集まることによって、よく理解できる。このようなモデル実験によれば、応力によって粒状体に誘導異方性が生じ、特にひずみ硬化過程においてはその異方度が応力の異方度に近づくことが知られている。したがって 誘導異方性を表わすファブリック・テンソル φ_{ij} と

$$\varphi_{ij} = \left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{kk}} \right)^\alpha \quad (5)$$

とおき、 α を異方性誘導率と称する。 φ_{ij} の主値を φ_1, φ_2 ($\varphi_1 \geq \varphi_2$) とし 構造異方度

$$\lambda = \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} \quad (6)$$

によって構造の異方性を表わすことにする。 α と λ 、応力の異方度 $\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$ との関係は その対数をとることにより、

$$\alpha = \frac{2 \log \lambda}{\log \sigma_1 - \log \sigma_2} \quad (7)$$

と記すことができる。実験結果について $\log \lambda$ と $\log \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$ の関係を図示すれば、図 5、図 6 のような線形関係となり、ほぼ $\alpha = 0.4 \sim 0.6$ となっていることがわかる。図中の実線は全体について、また破線はひずみ硬化過程についての関係とそれぞれ最小二乗法により求めたものである。 $\alpha = 1$ とならないのは、粒状体を構成する粒子は周囲の粒子によって構造の変化が拘束されており 完全な誘導異方性を持つことができないためと考えられる。 α が 0.5 程度であることより、構造異方度の増加の割合は応力の異方度の増加に従い次第に小さくなってゆくことがわかる。

参考文献

- 1) Oda, M and Konishi, J (1974) Microscopic deformation mechanism of granular material in simple shear, *Solids and Foundations*, Vol 14, pp 25-38, No 4
- 2) 佐武正雄 (1982) 粒状体におけるファブリック・テンソルについて、粒状体力学の構成に関する研究, S.56年度文部省科研費 05306023
- 3) G de Josselin de Jong (1972) Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol 20, pp 337-351

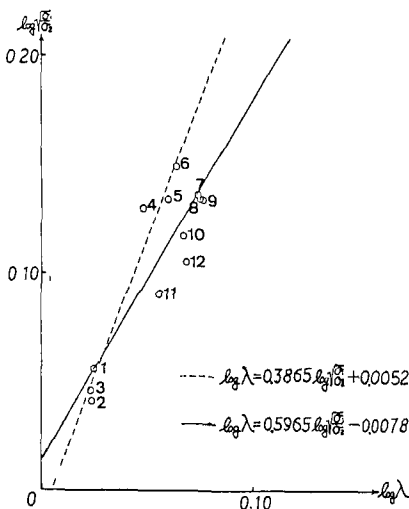


図 5 $\log \lambda$ と $\log \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$ (ファブリック・テンソル) 関係

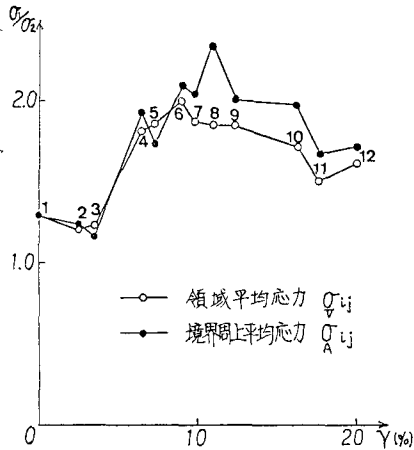


図 3 主応力比とせん断ひずみ関係

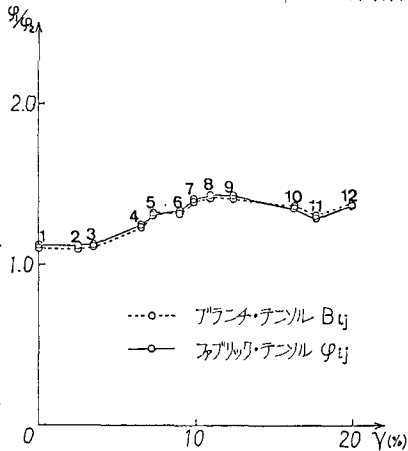


図 4 主値の比とせん断ひずみ関係

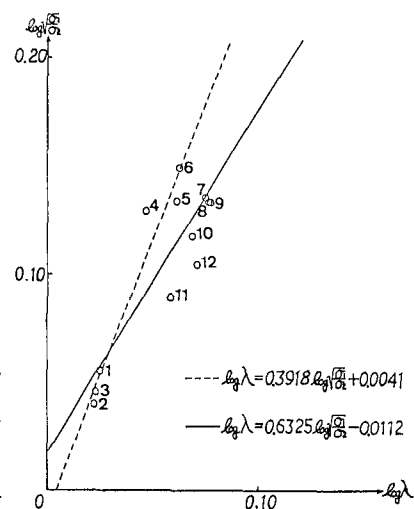


図 6 $\log \lambda$ と $\log \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$ (プラニチ・テンソル) 関係