

東北大学 工学部 ○ 小橋 秀俊 (学生員)

同上 平井 弘義 (正会員)

同上 柳沢 栄司 (正会員)

1 緒言

列車の通過に伴い、軌道、路盤に輪荷重が伝達されて、各所に変位、応力、歪が生ずる。この解析では、以下の仮定の下に、通過時の各時刻の地盤内応力、歪、地表面の沈下量を求め、列車の振動が地盤に及ぼす影響を考察する。

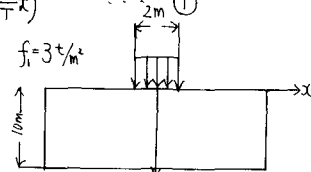
(i) 路盤は均一な軟弱層とし、全長 20 m、深さ 10 m の範囲を対象にする。

(ii) 解析は二次元問題として行ない、弾塑性の有限要素法を用いる。

(iii) 列車は低速の場合、地盤に与える影響が小さいので、列車は静止した状態で振動しているものとする¹⁾。

(iv) 振動荷重の応力は

$$f = f_0 + f_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) \quad \dots 2m \text{ ①}$$

$$f_0 = 10 \text{ t/m}^2 \quad f_1 = 3 \text{ t/m}^2$$


(v) 最もエネルギーの卓越している²⁾と考えられる波形の周波数を用いるとすれば、小野等によ、て得られた実測値に基づき、50 Hz (0.02 s の周期) と仮定する。

2 降伏関数と破壊線

降伏関数は、先に、平井・柳沢・佐武³⁾の提案した、土質材料におけるそれに、若干の修正を加えた次の式を用いた。

$$f = J_2 + \beta I_1^2 + \gamma I_1 = 0 \quad \dots ②$$

ここに、 J_2 は偏差応力 $\bar{\sigma}$ の 2 次の不変量

I_1 は応力 $\bar{\sigma}$ の 1 次の不変量

β は材料定数

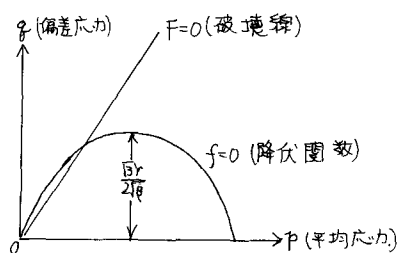
γ は硬化パラメータである。

一方、破壊線は次を用いた。

$$F = \sqrt{J_2} + \varepsilon I_1 - K = 0 \quad \dots ③$$

ここに、 ε は材料定数

K は硬化パラメータ



(図 1) 降伏曲線と破壊線

3 応力-歪関係

式②、③を用いると、次式のような応力-歪関係が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta T_{11} \\ \Delta T_{22} \\ \Delta T_{12} \\ \Delta T_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta E_{11} \\ \Delta E_{22} \\ \Delta \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots ④$$

$$D_{11} = \lambda + 2G - \{2GT_0' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\}^2 / A$$

$$D_{12} = \lambda - \{2GT_0' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} \{2GT_{12}' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} / A$$

$$D_{13} = -2 \{2GT_0' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} GT_{12} / A$$

$$D_{22} = \lambda + 2G - \{2GT_{22}' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\}^2 / A$$

$$D_{23} = -2 \{2GT_{22}' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} GT_{12} / A$$

$$D_{33} = G - 4(GT_{12})^2 / A$$

$$D_{41} = \lambda - \{2GT_{22}' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} \{2GT_0' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} / A$$

$$D_{42} = \lambda - \{2GT_{33}' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} \{2GT_{12}' + (3\lambda + 2G)(\beta I_1 - J_2/I_1)\} / A$$

$$D_{43} = -2\{2G\tau_{13} + (3\lambda + 2G)(\tau_{11} - \tau_{22}/2)\} G\tau_{12}/A \quad (5)$$

ここに、 λ はラメの係数

G はせん断弾性係数

4. 運動方程式

路盤を有限分割し、離散化すると運動方程式

は

$$[K]\{\Delta\delta\} + [M]\{\Delta\dot{\delta}\} + \{\Delta F\} = 0 \quad (6)$$

$[K]$ は剛性マトリックス

$[M]$ は質量マトリックス

$\{\Delta F\}$ は外力マトリックス

$\{\Delta\delta\}$ は変位増分

$\{\Delta\dot{\delta}\}$ は加速度増分

⑥を解くために、ニューマークの β 法を用いると

$$[K] + \frac{6}{\Delta t^2}[M]\{\Delta\delta\} = -\{\Delta F\} + 3[M]\left[\{\dot{\delta}\}_n + \{\dot{\delta}\}_n \frac{\Delta t}{2}\right] \quad (7)$$

$$\{\Delta\delta\} = -\frac{\Delta t}{2}\{\dot{\delta}\}_n - 3\{\delta\} \quad (8)$$

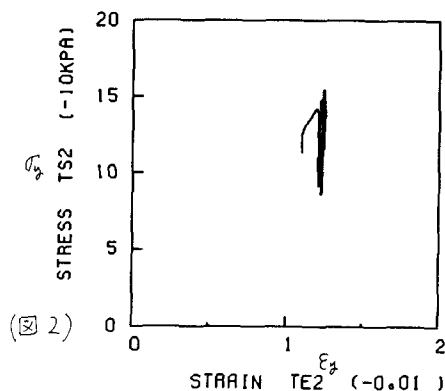
$$\{\Delta\dot{\delta}\} = -\frac{\Delta t}{2}\{\dot{\delta}\}_n - 3\{\dot{\delta}\}_n + \frac{3}{\Delta t}\{\Delta\delta\} \quad (9)$$

$$\Delta t = 0.0002 \text{ (s)}$$

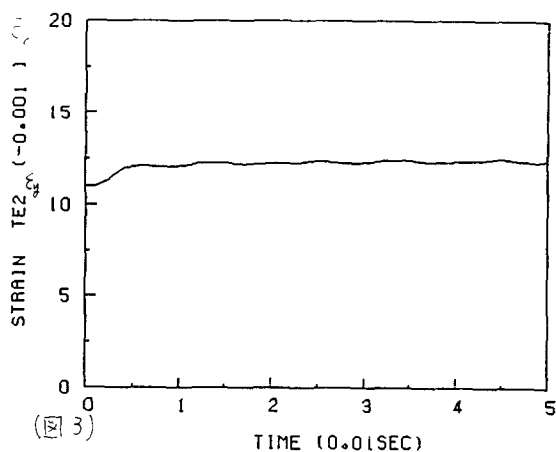
5 解析結果

(図2)は、静荷重 f_0 を作用させ、更に振動荷重 $f_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t)$ を重ねた時点以降の $\sigma_2 - \varepsilon_2$ 履歴曲線を示している。最初の荷重増加で振動荷重が極大になるまでは、 ε_2 が漸増するが、以後の載荷、除荷過程においては、 ε_2 はほぼ一定値をとっていることがわかる。これは最初の荷重増加に際しては降伏曲線の外側の塑性域に移行するが、以後は降伏曲線の内側の弾性域で、振動を繰り返すにすぎないことを示している。ここでは、断面の割合上 $f_1/f_0 = 0.3$ の場合しか挙げていないが、 f_1/f_0 を増加、すなわち、振動荷重を静荷重に対して相対的に大きくすれば、応力-歪関係は変化してゆくと考えられる。

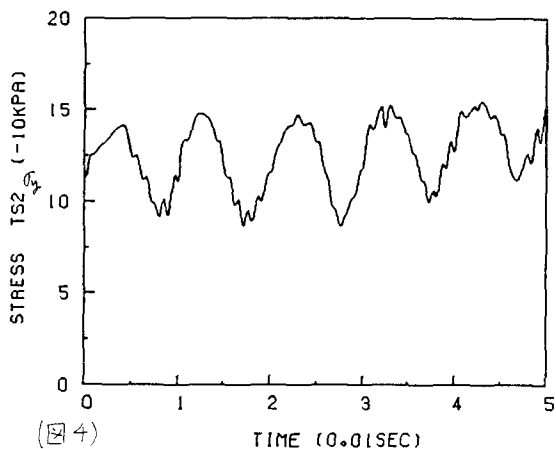
次に、応力について見ると、振動が加わることによる σ_2 の増減が著しい。(図4)参照。
一方、変位の増減はせいぜい数ミリのオーダーでその影響は小さい。クラフはいずれも、荷重直下の要素について描いたものである。



(図2)



(図3)



(図4)

参考文献

- 1) 走行荷重による二層地盤の応答解析 平井・柳沢
- 2) 鉄道線路の軌道および路盤に生ずる振動の解析 小野・山田
- 3) An Elastic-Plastic Constitutive Model of Soils and Rocks and Its Application 平井・佐武・柳沢