ラジエーションストレスを用いない海浜流の理論

八戸工業大学　正会員　○佐々木　幹夫
岩手大学　〃　堺　茂樹

1．はじめに　近年の海浜流の理論解析はラジエーションストレスを用いることから始まった（Bowen(1969)等々）。ラジエーションストレスを用いると波と流れの場の理論解析は容易になるが、未解明な現象を含む複雑な速度場における仮設を伴うので、着目した点、視点の違いによりいくつかの理論モデルが考えられることになる。これは、海浜流に関する精度の良い測定例が絶対的に不足していることにも関連しているが、おおよそはラジエーションストレスの実験的検証が容易でないことに因ろう。Phillips(1966)の海浜流の基礎方程式より、wave actionを取り出すと波の質量輸送による海浜流の基礎方程式を導き出せる（Stiassnie・Peregrine(1979)）。ここでは、この方程式における海浜流を考察してみる。

2．基礎方程式．　水深hが緩やかに変化する海浜における波と流れの場の未知量は波高H，波周波数ω，波数$\vec{k}(k_1, k_2)$，平均水深D，流れの速度$\vec{U}(U_1, U_2)$の7つである。これら7つの未知量に対し、以下の6つの方程式とエネルギー方程式（略）が考えられる（Phillips 1966）。

$$\frac{\partial k_1}{\partial x_2}=\frac{\partial k_2}{\partial x_1} \quad (1) \qquad \frac{\partial k_i}{\partial t}+\frac{\partial \omega}{\partial i}=0 \quad i=1,2 \quad (2)$$
$$\omega=\sigma+U_i k_i$$

$$\rho\frac{\partial D}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho D U_j+I_j)=0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho D U_i+I_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}\Big[(\rho D U_i+I_i)\Big(\frac{I_j}{\rho D}+U_j\Big)+\frac{1}{2}\rho g D^2\delta_{ij}+S_{ij}-\frac{I_i I_j}{\rho D}\Big]+R_i=\rho g D\frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (4)$$

ここに，

$$I_i=\overline{\rho\int_{-h}^{\eta}u_i\,dy} \quad (5)$$

$$S_{ij}=\overline{\int_{-h}^{\eta}(\rho u_i u_j+p\delta_{ij})dy}-\frac{1}{2}\rho g D^2\delta_{ij} \quad (6)$$

$$=\frac{k_i k_j}{k^2}\Big(3T-2V+\frac{1}{2}\rho g D\overline{u_b^2}\Big)+\delta_{ij}\Big(T-V+\frac{1}{2}\rho D\overline{u_b^2}\Big) \quad (7)$$

$$T=\overline{\int_{-h}^{\eta}\frac{1}{2}\rho(u_i u_i+v^2)dy} \quad (8) \qquad V=\frac{1}{2}\rho g\big[\overline{\eta^2}-(D-h)^2\big] \quad (9)$$

式(1,2)は波数の非回転，保存則，式(3,4)は水深・位相平均の質量、運動量の保存則である。式(4)のR_iは抵抗項であり、S_{ij}は式(6)で定義するラジエーションストレスであり、これをCrapper(1979)は式(7)のように与えている。式(7)のu_bは波の底面流速，T，Vは波の運動，ポテンシャルエネルギである。式(5，6，8，9)の — は時間(位相)平均を示す。式(5,6,8)のu_i，vは波による水粒子速度の水平，鉛直成分である。波速を$C=\sigma/k$とすると、波動の積分値には次の関係が成立する(Levi－Civitá(1924)，Longuet－Higgins(1975))。

$$2T=CI \quad (10) \qquad \partial(T-V)=I\partial C-k^{-1}\Big(T-2V+\frac{1}{2}\rho D\overline{u_b^2}\Big)\partial k-\frac{1}{2}\rho\overline{u_b^2}\,\partial D \quad (11)$$

式〈1,2,7,10,11〉を用いて、{式〈4〉$-U_i\times$式〈3〉}$/\rho D$を整理すると次式を得る。

$$\frac{k_i}{\rho D}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{I}{k}\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{I}{k}U_j+\left(3T-2V+\frac{1}{2}\rho D\overline{u_\delta^2}\right)\frac{k_j}{k^2}\right]\right\}$$

$$+\frac{\partial U_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+g\frac{\partial}{\partial x_i}(D-h)+\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\frac{I_j}{\rho D}+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_\delta^2}+\frac{R_i}{\rho D}=0 \quad \text{------} \quad (12)$$

式〈12〉左辺第1項はI/kで定義される*wave action* 項で、流れU_iが非回転運動であれば、これの保存則が成り立ち〈*Whitham*〈1974〉〉、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{I}{k}\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{I}{k}U_j+\left(3T-2V+\frac{1}{2}\rho D\overline{u_\delta^2}\right)\frac{k_j}{k^2}\right]=0 \quad \text{------} \quad (13)$$

となるが、*Stiassnie*・*Peregrine*〈1979〉はスケールの大きい渦運動の流れの場でも式〈13〉が成立することを示している〈この場合，流れU_iは波の谷以下の速度成分にとられる〉。

3、*wave set-down*、式〈12〉より *wave set－down* を求めると、この場合、式〈13〉が成立するので、U_iが場所的に変化しない場合には、平均水位の変化量〈*wave set－down*〉を$\bar{\zeta}=D-h$で表わして，

$$\bar{\zeta}=-\frac{1}{2}\overline{u_\delta^2} \qquad ここに \qquad \bar{\zeta}=D-h \quad \text{-------} \quad (14)$$

となり、Jonsson・*Skougaard*・*Wang*〈1970〉の*Eq*〈4.6〉と同一の式を得る。

4、浅海域の海浜流　海浜流の理論解析では微小振巾波，長波の近似を用いて波動を表わすので、$\overline{u_\delta^2}$は，

$$\overline{u_\delta^2}=\frac{1}{8}\frac{gH^2}{D}=\frac{E}{\rho D} \qquad E=\frac{1}{8}\rho gH^2 \quad \text{-------} \quad (15)$$

となる。同様の近似を砕波帯の内外に適用すると

$$T=V=\frac{1}{2}E\ ,\ I=\frac{E}{C} \quad (16)\ , \quad \frac{I}{k}U_j+\left(3T-2V+\frac{1}{2}\rho D\overline{u_\delta^2}\right)\frac{k_j}{k^2}=\frac{E}{\sigma}(U_j+Cg_j) \quad \text{---} \quad (17)$$

となり、式〈12〉は式〈18〉のように書き換えられる。

$$\frac{k_i}{\rho D}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E}{\sigma}\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{E}{\sigma}(U_j+Cg_j)\right]\right\}$$

$$+\frac{\partial U_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+g\frac{\partial}{\partial x_i}(D-h)+\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\frac{I_j}{\rho D}+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_\delta^2}+\frac{R_i}{\rho D}=0 \quad \text{----} \quad (18)$$

式〈18〉左辺第1項は，これを0とおけばI.G.Jonsson〈1978〉が波のエネルギー保存則は大きく*wave motion*でなく*wave action*で考えるべきであるとしたGarrett〈1967〉の式と同じになる。この第1項は式〈16，17〉より与えられる表現であるが、有限振巾波であれば式〈16，17〉は成立しない〈Cokelet〈1976〉，*Longuet－Higgins*〈1975〉，*Eq*.6,16〉。式〈18〉で非線形項を落し，$R_i=0$，$\partial/\partial x_2=0$とおき、入射角θ_0が小さく，$\cos\theta_0 \fallingdotseq 1$の近似を用い，砕波帯外では式〈13〉が成立するものとすれば，沿岸流U_2として次式砕波帯内〉を得る，

$$U_2=\beta\frac{\sin\theta_B}{\sqrt{gD_B}}D \quad ,\ \beta=\frac{5}{2}\left(1-\frac{\gamma^2}{8}\right)g \quad ,\ U_1=-\frac{I_1}{\rho D}=\frac{\gamma^2}{8}\sqrt{gD} \quad \text{------} \quad (19)$$

〈砕波帯外：$U_2=0$〉。$\bar{x}_s$は汀線の後退距離，γは$\gamma=H/D$，添字Bは砕波点の意味である。式〈19〉のU_2は*Longuet－Higgins*〈1975〉の底面摩擦による沿岸流の解と分布形が一致する。

5、おわりに，*Stiassnie*・*Peregrine*に習い、海浜流の方程式に*wave actione* 項を取り出し、波の負量輸送による海浜流を考えてみた。ここでは紙面の都合で、沿岸流だけを示し離岸流については省略した。