

写像関数を用いた砂漣モデル上の流れの流速分布に関する研究

八戸高専 正員 田中 博通
八戸高専 学生員 ○町屋 孝浩
八戸高専 学生員 高清水 智賢佐

1. はじめに

著者等は⁽¹⁾⁽²⁾ 可視化手法と画像処理を用いて砂漣モデル上の流れの特性値を求めてきた。これらの諸量を用いて砂漣モデル上の流れを解析的に求める場合、まず非対称砂漣の写像関数を求めることが重要である。本研究は、求めた循環値(Γ)を使って谷部で成長した渦による砂の巻き上げについて考察し、まず非対称砂漣の写像関数も提案しその精度について検討したものである。

2. 砂の巻き上げについて

砂の巻き上げは砂粒子との間にある摩擦抵抗を無視すると、浮力(F_b)と揚力(F_L)との和が砂の重力(F_g)より大きくなれば、発生するものと考えられる。

$$F_L + F_b = F_g \quad (1)$$

(1)式を粒径 d について解くと

$$d = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \frac{\rho \bar{u} \Gamma}{(w_s - w)}} \quad (2)$$

砂の巻き上げは渦の外側の循環によって起ると考えると $X/(D \times 2) = 1.0$ を図-2の実験式に代入することによって $\Gamma = 1.89 \text{ cm}^2/\text{sec}$ を得る。今、水の密度 $\rho = 1.02 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ 、水の単位体積重量 $w = 1.0 \text{ g/cm}^3$ 、砂の単位体積重量 $w_s = 2.65 \text{ g/cm}^3$ として(2)式より d と $\bar{u}$ との関係を求めると(3)式となる。

$$d = 0.131 \bar{u}^{1/3} \quad (3)$$

図-2は(3)式を示したものである。これより、流速が大きくなるにつれて巻き上げられる砂粒子の粒径の増加がゆるやかになるといえる。

今後、これらの関係を実験的に検証していきたい。

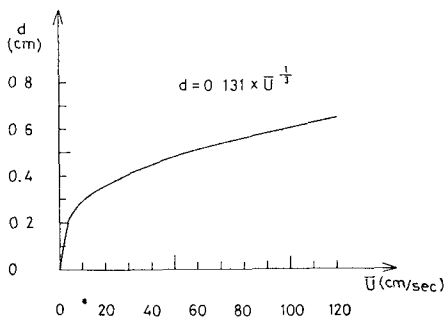


図-3 粒径 d と平均流速 $\bar{u}$ との関係

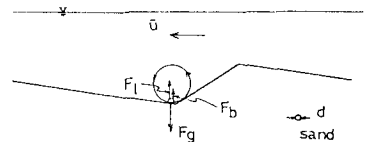


図-1 砂の巻き上げ

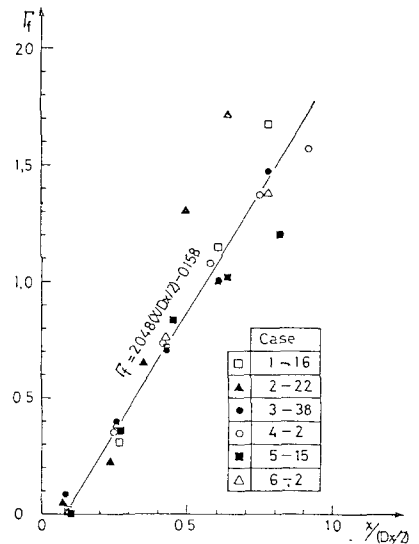


図-2 循環(Γ)の分布

3. 砂漣の写像関数について

従来、対称砂漣の写像関数は次式が用いられている。³⁾

$$Z = \zeta + i \frac{\Delta}{2} e^{i k \zeta} \quad (4)$$

非対称砂漣の写像関数として次式を定義する。

$$Z = (\zeta - \beta) + i \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{i k_n \zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{-i k_n \zeta} \quad (5)$$

ここで $Z = x + iy$, $\zeta = \xi + i\eta$

$$\sum a_n = \Delta/2, \sum b_n = \beta$$

座標は、図-4に示す通り水平に x 軸、それに直角に y 軸、砂漣底面に沿って ξ 軸、 η 軸と水平に ξ 軸とし、 x, y 軸のなす面も Z -平、 ξ, η 軸のなす面を ζ -平とする。

(5)式は、Cauchy-Riemannの関係を満足する R の正則である。

砂漣底面上 ($\eta=0$) に於いて次式となる。

$$x = \xi - \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin k_n \xi + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos k_n \xi \quad (6)$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos k_n \xi + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin k_n \xi \quad (7)$$

Z -平における砂漣形状は次式となる。

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a'_n \cos k_n x + \sum_{n=1}^{\infty} b'_n \sin k_n x \quad (8)$$

図-5は(8)から求めた Z -平における砂漣形状である。 n は項数である。 $n=10$ で砂漣形状とほぼ一致している。

図-6は項数 n と砂漣モデル形の計算値の標準偏差 σ との関係である。図-5、図-6から精度と計算時間を考慮して今後、解析を行なう上で $n=10$ とし十分であるといえる。

4. おわりに

今回、砂の巻き上げと非対称砂漣の写像関数について考察した。実験値に基づいて解析的に流れの場を解くとはより現実的なモデルであるといえる。その場合、非対称であり不規則な境界の周りの流れを解くのに写像関数をFourier級数で表わして解析を行なうのは有効である。今、流速分布などについて解析中であるのでその結果は発表時にご報告する。

<参考文献>

- 1) 岩崎敏雄, 田中博通; 砂漣モデル上のクレスト下流に発生した渦に関する研究, 流れの可視化, Vol.3, No.10, 1983, pp.253~258
- 2) T. Iwasaki and H. Tanaka; On the Flow Visualization and Turbulent Measurement on the Ripple Models, Third International Symposium on Flow Visualization, 1983, pp.168~172
- 3) 沢本正樹; 浪形底面上の半無限領域の写像関数, 土木学会論文報告書, 第269号, 1978, pp.147~150

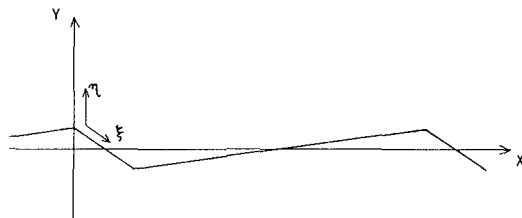


図-4 座標系

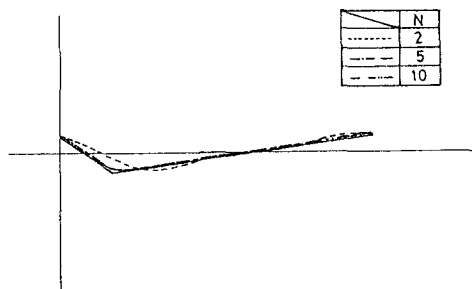


図-5 Z -平における砂漣形状

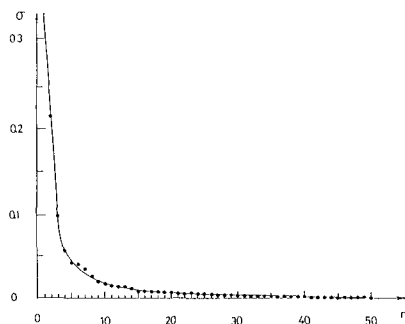


図-6 標準偏差 σ と項数 n との関係